

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ИМПЕРАТОРА ПЕТРА I»**

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**КАФЕДРА ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, СТАТИСТИКИ И
ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**

УТВЕРЖДАЮ

зав. кафедрой



В.А. Лубков

16 июня 2020 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине **Б1.Б.07 Математический анализ**
для направления 38.03.01 Экономика академического бакалавриата
профиль: «Бухгалтерский учет, анализ и аудит», «Финансы и кредит»,
«Экономика предприятий и организаций АПК», «Налоги и налогообложение»

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

| Индекс | Формулировка | Разделы дисциплины | | | | | |
|--------|--|--------------------|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| ОК-7 | способностью к самоорганизации и самообразованию | + | | + | + | + | |
| ОПК-3 | способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы | | + | + | + | | + |

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

2.1 Шкала академических оценок освоения дисциплины

| Виды оценок | Оценки | | | |
|--|---------------------|-------------------|--------|---------|
| Академическая оценка по 4-х балльной шкале | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | отлично |

2.2 Текущий контроль

| Код | Планируемые результаты | Раздел дисциплины | Содержание требования в разрезе разделов дисциплины | Технология формирования | Форма оценочного средства (контроля) | №Задания | | |
|------|---|-------------------|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | Пороговый уровень (удовл.) | Повышенный уровень (хорошо) | Высокий уровень (отлично) |
| ОК-7 | <p>- Знать различные методы решения задач по математическому анализу; приемы и методы самостоятельной работы.</p> <p>- Уметь выбирать наиболее оптимальный метод решения математических задач, осуществлять практическую и познавательную деятельность в отсутствие прямого педагогического воздействия, планировать самостоятельную работу.</p> <p>- Иметь навыки использования инструментов алгебры и начала анализа, основными методами решения математических задач; методами самостоятельной работы.</p> | 1,3,4,5 | <p>Знать определение предела числовой последовательности, теоремы и основные свойства пределов. Знать определение дифференциального уравнения, общего и частного решения, формулировку задачи Коши.</p> <p>Уметь вычислять пределы проводить сравнения бесконечно малых величин.</p> <p>Уметь интегрировать дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными и уравнения второго порядка сводящиеся к ним, Уметь интегрировать</p> | Лекции, практические занятия, самостоятельная работа. | Решение задач, тестирование, контрольная работа (для обучающихся очной формы обучения) | Вопросы из раздела 3.1, задачи раздела 3.2, Тесты из-задания 3.4, контрольная работа из задания 3.5 (для обучающихся очной формы обучения) | Вопросы из раздела 3.1, задачи раздела 3.2, Тесты из-задания 3.4, контрольная работа из задания 3.5 (для обучающихся очной формы обучения) | Вопросы из раздела 3.1, задачи раздела 3.2, Тесты из-задания 3.4, контрольная работа из задания 3.5 (для обучающихся очной формы обучения) |

| | | | | | | | | |
|-------|--|---------|---|---|--|--|---|---|
| | | | дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Владеть навыками раскрытия неопределенностей с помощью правил Лопиталья. Классифицировать точки разрыва. Иметь навыки интегрирования неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью правого вида | | | | | |
| ОПК-3 | <p>- Знать основные методы разработки математических моделей исследуемого объекта; основные методы и алгоритмы решения разработанных математических задач.</p> <p>- Уметь осуществлять выбор метода решения математических</p> | 2,3,4,6 | <p>Знать определение производной, ее механический, геометрический, экономический смысл. Знать определения функции нескольких переменных.</p> <p>Уметь вычислять производные эле-</p> | Лекции, практические занятия, самостоятельная работа. | Решение задач, тестирование, контрольная работа (для обучающихся очной формы обучения) | Вопросы из раздела 3.1, задачи раздела 3.2, Тесты из задания 3.4, контрольная работа из задания 3.5 (для | Вопросы из раздела 3.1, задачи раздела 3.2, Тесты из задания 3.4, контрольная работа из задания 3.5 (для обуча- | Вопросы из раздела 3.1, задачи раздела 3.2, Тесты из задания 3.4, контрольная работа из |

| | | | | | | | | |
|--|---|--|---|--|--|--|----------------------------|---|
| | <p>задач, анализировать и обосновывать полученные результаты.</p> <p>- Иметь навыки владения методами анализа, выбора оптимального решения математических задач, навыками формирования выводов по результатам, навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач.</p> | | <p>ментарных функции, уметь находить частные производные сложной функции, производные неявно заданной функции</p> <p>Иметь навыки исследования функций: определение экстремумов, областей выпуклости, асимптот графиков функций.</p> <p>Иметь навыки вычисления градиента функции определения экстремума функции двух переменных, нахождение условного экстремума</p> | | | <p>обучающихся очной формы обучения)</p> | <p>ной формы обучения)</p> | <p>задания 3.5 (для обучающихся очной формы обучения)</p> |
|--|---|--|---|--|--|--|----------------------------|---|

2.3 Промежуточная аттестация

| Код | Планируемые результаты | Технология формирования | Форма оценочного средства (контроля) | №Задания | | |
|-------|--|--|--------------------------------------|---|---|---|
| | | | | Пороговый уровень (удовл.) | Повышенный уровень (хорошо) | Высокий уровень (отлично) |
| ОК-7 | <ul style="list-style-type: none"> - Знать различные методы решения задач по математическому анализу; приемы и методы самостоятельной работы. - Уметь выбирать наиболее оптимальный метод решения математических задач, осуществлять практическую и познавательную деятельность в отсутствие прямого педагогического воздействия, планировать самостоятельную работу. - Иметь навыки основ алгебры и начала анализа, основными методами решения математических задач; методами самостоятельной работы. | Практические занятия, самостоятельная работа | Экзамен | Вопросы из раздела 3.1, Задачи из раздела 3.3, Тесты из раздела 3.4 | Вопросы из раздела 3.1, Задачи из раздела 3.3, Тесты из раздела 3.4 | Вопросы из раздела 3.1, Задачи из раздела 3.3, Тесты из раздела 3.4 |
| ОПК-3 | <ul style="list-style-type: none"> - Знать основные методы разработки математических моделей исследуемого объекта; основные методы и алгоритмы решения разработанных математических задач. - Уметь осуществлять выбор метода решения математических задач, анализировать и обосновывать полученные результаты. - Иметь навыки методов анализа, выбора оптимального решения математических задач, навыками формирования выводов по результатам, навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач. | Практические занятия, самостоятельная работа | Экзамен | Вопросы из раздела 3.1, Задачи из раздела 3.3, Тесты из раздела 3.4 | Вопросы из раздела 3.1, Задачи из раздела 3.3, Тесты из раздела 3.4 | Вопросы из раздела 3.1, Задачи из раздела 3.3, Тесты из раздела 3.4 |

2.4 Критерии оценки на экзамене

| Оценка экзаменатора, уровень | Критерии |
|--|--|
| «отлично», высокий уровень | Обучающийся показал прочные знания основных положений учебной дисциплины, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи повышенной сложности, свободно использовать справочную литературу, делать обоснованные выводы |
| «хорошо», повышенный уровень | Обучающийся показал прочные знания основных положений учебной дисциплины, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты. |
| «удовлетворительно», пороговый уровень | Обучающийся показал знание основных положений учебной дисциплины, умение получить с помощью преподавателя правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой, знакомство с рекомендованной справочной |
| «неудовлетворительно» | При ответе обучающегося выявились существенные пробелы в знаниях основных положений учебной дисциплины, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины |

2.5 Критерии оценки тестов

| Ступени уровней освоения компетенций | Отличительные признаки | Показатель оценки сформированной компетенции |
|--------------------------------------|---|--|
| Пороговый | Обучающийся воспроизводит термины, основные понятия, способен узнавать языковые явления. | Не менее 55 % баллов за задания теста. |
| Продвинутый | Обучающийся выявляет взаимосвязи, классифицирует, упорядочивает, интерпретирует, применяет на практике пройденный материал. | Не менее 75 % баллов за задания теста. |
| Высокий | Обучающийся анализирует, оценивает, прогнозирует, конструирует. | Не менее 90 % баллов за задания теста. |
| Компетенция не сформирована | | Менее 55 % баллов за задания теста. |

2.6 Допуск к сдаче экзамена

- 1.Посещение занятий. Допускается один пропуск без предъявления справки.
2. Выполнение домашних заданий.
3. Активное участие в работе на занятиях.

2.7 Критерии оценки решения задач

| Оценка | Критерии |
|-----------------------|--|
| «неудовлетворительно» | Задача не решена или решена неправильно |
| «удовлетворительно» | Задание понято правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задача решена не полностью или в общем виде |
| «хорошо» | Составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным спосо- |

| | |
|-----------|---|
| | бом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ |
| «отлично» | Составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом |

2.8 Критерий решения контрольной работы (для обучающихся очной формы обучения)

| Оценка | Критерии |
|--------------|--|
| «зачтено» | Составлен правильный алгоритм решения задач, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задачи решены рациональным способом |
| «не зачтено» | Задания контрольной работы не решены или решены неправильно; имеются упущения в оформлении. |

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

3.1 Вопросы к экзамену

1. Возрастание и убывание функции.
2. Минимум и максимум функции (необходимое и достаточные условия существования экстремума).
3. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба, применение в задачах экономического содержания.
4. Общий план исследования функций с целью построения графика.
5. Первообразная, определение, теорема о структуре первообразных.
6. Свойства неопределенных интегралов. Таблица основных интегралов.
7. Интегрирование методом замены переменной или способом подстановки.
8. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
9. Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен вида: $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$
10. Интегрирование правильных рациональных дробей.
11. Разложение рациональной дроби на простейшие. Метод неопределенных
12. коэффициентов.
13. Интегралы от иррациональных функций.
14. Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций.
15. Определенный интеграл. Нижняя и верхняя интегральные суммы, их свойства.
16. Определение и геометрический смысл определенного интеграла.
17. Свойства определенного интеграла, формула Ньютона-Лейбница.
18. Приложения определенного интеграла (вычисление площади, работы, объемов тел вращения).
19. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в
20. определенном интеграле.
21. Несобственные интегралы. Теоремы о несобственных интегралах.
22. Понятие дифференциального уравнения, основные определения, применение в задачах экономического содержания.
23. Теорема существования и единственности решения диф. уравнения. 1-го порядка. Задача Коши.
24. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
25. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.

26. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
27. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, основные понятия. Задача Коши.
28. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений 2-го порядка.
29. Дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
30. Характеристическое уравнение.
31. Неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Нахождение частного решения для различных стандартных правых частей.
32. Комплексные числа, действия над ними.
33. Понятие функции нескольких переменных, ее области определения, графика, применение в задачах экономического содержания.
34. Частные производные функции нескольких переменных применение в задачах экономического содержания.
35. Экстремум функции двух независимых переменных.
36. Числовые ряды, основные определения.
37. Признаки сходимости рядов с положительными членами, признаки Даламбера и Коши.
38. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
39. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.
40. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
41. Интегрирование с помощью степенных рядов.

3.2 Практические задания для текущего контроля

Задача №1. Вычислить пределы указанных функций.

$$1.1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$$

$$1.2 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$$

$$1.3 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2 - x}}{x - 1}$$

$$1.4 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$$

$$1.5 \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{1/x}$$

Задача №2. Сравнить бесконечно малые $\alpha = \sin^2 x$ и $\beta = 1 - \cos 2x$ при $x \rightarrow 0$

$$y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} e^{1/x}$$

Задача №3. Найти точки разрыва функции и определить их род

Задача №4. Найти производные данных функций.

$$4.1 \quad y = \frac{x^3 - \sqrt{x} + 2}{\sqrt[3]{x^2}}, \quad y' = ?$$

$$4.2 \quad y = x^2 \cdot 2^{x-1}, \quad y' = ?$$

$$4.3 \quad y = \sin^3 x, \quad y'' = ?$$

$$4.4 \quad y = \frac{\sin 2x - \operatorname{tg} x}{\cos^2 x}, \quad y'(\pi/4) = ?$$

Задача №5.

Написать уравнение касательной к графику данной функции в точке $x = x_0$
 $x^3 - y^2 + 2y = 0, x_0 = -1$

Задача №6. Записать дифференциал данной функции и вычислить его в точке $x = x_0$
для $\Delta x = 0,1$

$$y = x\sqrt{\sin(\pi x/2)}, x_0 = 1$$

Задача №7.

Пусть в каждый момент времени t скорость обесценивания оборудования y' пропорциональна его фактической стоимости y , то есть выполняется соотношение $y' = ky$. В момент времени $t = 0$ стоимость оборудования равнялась n у.е., через 1 год, при $t = 1$, стоимость оборудования составила m у.е. Определив стоимость оборудования y через 2 года, при $t = 2$. Найти, на сколько обесценится оборудование за этот двухлетний период.

Задача №8.

Пусть спрос и предложение на товар заданы выражениями

$$D = 2p' + p + 1 \text{ и } 2S = p' + p + p + 2,$$

где $p = p(t)$ – цена товара. Предполагая, что в каждый момент времени t цена товара p определяется равенством спроса и предложения, то есть выполняется условие $D = S$, найти цену товара p при $t_1 = \pi$, если при $t = 0$ она составляет $p = h = 1$ у.е.

Задача №9.

Математическая модель динамики выпуска продукции некоторого предприятия имеет вид

$$y' = \frac{y}{1+t}$$

где y – объем выпуска продукции в момент времени t . В начальный момент времени, $t = 0$ объем выпуска продукции y равен 5 у.е. На сколько увеличится объем выпуска продукции y по сравнению с первоначальным в момент времени $t = 2$?

Задача №10.

Математическая модель динамики выпуска продукции некоторого предприятия имеет вид

$$y' = \frac{2y}{1+2t}$$

где y – объем выпуска продукции в момент времени t . В начальный момент времени, $t = 0$ объем выпуска продукции y равен 1 у.е. В какой момент времени t объем выпуска продукции y увеличится по сравнению с первоначальным на 20 у.е.?

Задача № 11.

В городе с населением 4000 чел. Распространение эпидемии подчиняется уравнению

$$\frac{dy}{dt} = 0,001y(4000 - y),$$

где y – число заболевших в момент времени t . Через какое время заболеет 90% населения, если в начальный момент болело 2% населения?

3.3 Задачи промежуточной аттестации

Задача №1. Найти неопределенный интеграл.

1.1 $\int \frac{x^3 - 2x\sqrt{x} + 1}{x} dx$

1.2 $\int xe^{-x^2} dx$

1.3 $\int x^2 \ln x dx$

1.4 $\int \cos^2 x dx$

1.5 $\int \frac{x^3 - 2x^2 + x - 3}{x^2 - 2x - 3} dx$

Задача №2. Вычислить определенный интеграл

2.1 $\int_{-1}^2 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$

2.2 $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos x \ln(\sin x) dx$

Задача №3. Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной данными линиями $x = 1$; $x = 4$; $xy = 4$

Задача №4. Вычислить несобственные интегралы

4.1 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x}}$

4.2 $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

Задача №5. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

5.1 $x(y-1)dx - (x+1)ydy = 0$

5.2 $y' - xy = x$

5.3 $y'' - y' - 2y = 0$

Задача №6. Найти частное решение, удовлетворяющее данным начальным условиям

6.1 $y' - y = xy^2$, $y(0) = 0$

6.2 $y'' + 4y = \sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

Задача №7. Решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 2x - y \end{cases}$$

3.4 Тестовые задания
Раздел 1. Введение в анализ

| | |
|--|--|
| <p>1. Число 2,1 принадлежит множеству...</p> | <p>1. $B = \{b \mid b \in \mathbb{Z}, -2 \leq b < 3\}$ 2. $A = \{a \mid a \in \mathbb{N}, 1 \leq a < 10\}$ 3. $C = \{c \mid c \in \mathbb{R}, -3 < c \leq 2,6\}$ 4. $D = \{d \mid d \in \mathbb{Q}, d < 2\}$</p> |
| <p>2. На числовой прямой дана точка $x = 5,2$. Тогда ее «ε-окрестностью» может являться интервал...</p> | <p>1) (5,1 ; 5,4) 3) (4,9 ; 5,3) 2) (4,9 ; 5,5) 4) (4,8 ; 5,1)</p> |
| <p>3. Установите соответствия между списками двух множеств, заданных следующим образом:</p> <p>1) $\{x: x^2 - 5x + 6 \leq 0\}$ 2) $\{x: x^2 - 5x + 6 = 0\}$ 3) $\{x: x^2 - 5x + 6 < 0\}$ 4) $\{x: x^2 - 5x + 6 > 0\}$</p> | <p>A) [2;3] B) $(-\infty; 2] \cup [3; \infty)$ C) $(-\infty; 2) \cup (3; \infty)$ D) (2;3) E) {2;3}</p> |
| <p>4. образом отрезка $[0; 5]$ при отображении $f = 3x + 2$ является...</p> | <p>1) [2; 5] 3) (2; 17) 2) [0; 5] 4) [2; 17]</p> |
| <p>5. Установите соответствия между промежутками и их образами $y = 3x - 1$:</p> <p>1) [1;2] 2) (1;2) 3) [-1;0] 4) (-1;0)</p> | <p>A) (2;5) B) (2;5) C) (-4;-1) D) [2;5] E) [-4;-1] F) [-4;-1]</p> |
| <p>6. Дана функция $y = \sqrt{x^2 + x - 6} + 5$. Тогда ее областью значений является множество...</p> | <p>1) [-5; +∞) 3) ($\sqrt{6} + 5$; +∞) 2) $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ 4) [5; +∞)</p> |
| <p>7. Установите соответствие между периодической функцией и значением ее периода:</p> <p>1) $y = \cos \pi x$ 2) $y = \operatorname{tg} \frac{3\pi x}{2}$ 3) $y = \sin \frac{\pi x}{2}$</p> | <p>A) 4 B) π C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) 2</p> |
| <p>8. Заполните пропуски: Если последовательность, то она.....</p> | <p>1) монотонна; сходится 2) сходится; ограничена 3) монотонна и ограничена; сходится 4) ограничена; сходится</p> |
| <p>9. Первые три члена последовательности: $\frac{1}{7}, \frac{1}{10}, \frac{1}{13}$. Тогда формула общего члена этой последовательности имеет вид...</p> | <p>1) $a_n = \frac{1}{3n + 4}$ 2) $a_n = \frac{1}{2^n + 5}$ 3) $a_n = \frac{1}{8n - 1}$ 4) $a_n = \frac{1}{(n + 5)(n + 1)}$</p> |
| <p>10. Какие из функций являются бесконечно малыми в точке $x_0 = 2$?</p> | <p>1) $\frac{x}{x - 2}$ 2) $\frac{x - 2}{x}$ 3) $\cos(x - 2)$ 4) $\sin(x - 2)$</p> |
| <p>11. Последовательность задана рекуррентным соотношением $a_{n+1} = a_n \cdot a_{n-1}$; $a_1 = -2, a_2 = 1$. Тогда четвертый член этой последовательности a_4 равен...</p> | <p>1) 5 2) -2 3) 2 4) 6</p> |

| | | |
|--|--|---------------------------|
| 12. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x}$ равно... | 1) 0 2) 1/4 | 3) 1 4) 3/4 |
| 13. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ равно... | 1) 0 2) 4 | 3) ∞ 4) 2 |
| 14. Значение предела $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + x - 6}$ равно... | 1) 0,2 2) 0,4 | 3) 0,3 4) 0,5 |
| 15. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x - 2}{2x^2 + x + 8}$ равно... | 1) 2,5 2) 1 | 3) 0 4) ∞ |
| 16. Для дробно-рациональной функции $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x}$ точками разрыва являются... | 1) $x = -2$ 2) $x = 1$ | 3) $x = 0$ 4) $x = -1$ |
| 17. Точками разрыва функции $y = \frac{x + 1}{x^2 + 9x + 20}$ являются... | 1) -5 и 4 2) 5 и 4 3) 5 и -4 4) -5 и -4 | |
| 18. Точками разрыва функции $y = \frac{3x - 4}{x^2 + 10x - 11}$ являются... | 1) -11 и 1 2) 11 и 1 3) 11 и -1 4) -11 и -1 | |

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

| | |
|--|---|
| 1. Установите соответствия между функциями и их производными 1. e^{3x} 2. $y = \sin(5x+1)$ 3. $y = \arctg(x^2)$ | A) $\frac{2x}{1+x^4}$ B) $\cos(5x+1)$ C) $5\cos(5x+1)$ D) $3x \cdot e^{3x-1}$ E) $3e^{3x}$ |
| 2. Производная произведения $x^4 \sin x$ равна... | 1) $4x^3 \cos x$ 2) $x^3(4\sin x + x \cos x)$ 3) $x^3(\sin x + x \cos x)$ 4) $x^3(4\sin x - x \cos x)$ |
| 3. Если $y = UV$, то $y' = \dots$ | 1) $U'V'$ 2) $U'V - UV'$ 3) $U'V + UV'$ 4) $U' + V'$ |
| 4. Если α - угол наклона касательной к графику функции $y=f(x)$, то $y' = \dots$ | 1) $tg \alpha$ 2) $ctg \alpha$ 3) α 4) $\sin \alpha$ |
| 5. Производная второго порядка функции $y = \ln 3x$ имеет вид... | 1) $-\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{1}{x^2}$ |

| | |
|--|--|
| | 3) $-\frac{1}{3x^2}$ 4) $\frac{3}{x}$ |
| 6. Производная частного $y = \frac{x+3}{x+2}$ равна... | 1) $\frac{-1}{x+2}$ 2) $\frac{-1}{(x+2)^2}$ 3) $\frac{2x+5}{(x+2)^2}$ 4) $\frac{1}{(x+2)^2}$ |
| 7. Уравнение касательной к графику функции $y = x^3$ в точке (2; 8) имеет вид... | 1) $2x - y + 16 = 0$ 2) $y - 12 = 0$ 3) $12x - y - 24 = 0$ 4) $2x - y - 8 = 0$ 5) $12x - y - 16 = 0$ |
| 8. Закон движения материальной точки имеет вид $x(t) = 4 + 10t + e^{7-t}$, где $x(t)$ – координата точки в момент времени t . Тогда скорость точки при $t = 7$ равна... | 1) 11 2) 9 3) 13 4) 75 |
| 9. Дан радиус-вектор движущейся в пространстве точки $\vec{R}(t) = t^3 \cdot \vec{i} + t^2 \cdot \vec{j} + t \cdot \vec{k}$, тогда вектор ускорения в момент времени $t = 1$ имеет вид... | 1) $2\vec{i} + 2\vec{j}$ 2) $6\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ 3) $6\vec{i} + 2\vec{j}$ 4) $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ |
| 10. Найти производную функции $y = x^3 \ln 3x$ | 1) $3x^2 \ln 3x + x^2$ 2) $3x^2$ 3) x^2 4) $9x^2 \ln x + 3x^3$ |
| 11. Найти производную функции $y = e^{x^2+1}$ | 1) $-2xe^{x^2+1}$ 2) xe^{x^2+1} 3) e^{x^2+1} 4) $2xe^{x^2+1}$ |
| 12. Значение производной функции $y = \frac{10x+1}{e^{3x}}$ в точке $x=0$ равно... | 1) 13 2) 10 3) 7 4) 9 |
| 13. Производная второго порядка функции $y = \sin 2x$ равна... | 1) $-4 \sin 2x$ 2) $4 \sin 2x$ 3) $8 \sin x$ 4) $-8 \sin x$ |
| 14. Найти точку максимума функции $y = 2x^3 + 3x^2 - 72x + 7$ | 1) $x=-4$ 2) $x=-3$ 3) $x=3$ 4) $x=4$ |
| 15. Найти точку минимума функции $y = x^3 - 6x^2 - 63x + 14$ | 1) $x=-3$ 2) $x=3$ 3) $x=7$ |

| | |
|--|---|
| | 4) $x=-7$ |
| 16. Найти точку перегиба функции $y = x^3 - 24x^2 + 3x + 7$ | 1) $x=2$ 2) $x=8$ 3) $x=6$ 4) $x=12$ |
| 17. Необходимым условием максимума дифференцируемой функции $y=f(x)$ в точке x_0 является... | 1) $f'(x_0) > 0$ 2) $f'(x_0) \neq 0$ 3) $f'(x_0) < 0$ 4) $f'(x_0) = 0$ |
| 18. Необходимым условием минимума дифференцируемой функции $y=f(x)$ в точке x_0 является... | 1) $f'(x_0) = 0$ 2) $f'(x_0) \neq 0$ 3) $f'(x_0) < 0$ 4) $f'(x_0) > 0$ |
| 19. Необходимым условием точки перегиба дважды дифференцируемой функции $y=f(x)$ в точке x_0 является... | 1) $f''(x_0) = 0$ 2) $f''(x_0) \neq 0$ 3) $f''(x_0) < 0$ 4) $f''(x_0) > 0$ |
| 20. Длина промежутка убывания функции $y = x^3 - 12x^2 + 9$ равна... | 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 |
| 21. Длина промежутка возрастания функции $y = -\frac{x^3}{3} + \frac{11}{2}x^2 - 28x - 7$ равна... | 1) 5 2) 3 3) 2 4) 1 |

Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной

| | |
|--|---|
| 1. Неопределенный интеграл – это... | 1) числовой интервал 2) уравнение 3) совокупность функций 4) число |
| 2. Как называется функция $F(x)$ по отношению к функции $f(x)$, если $F'(x) = f(x)$? | 1) производная 2) характеристическая 3) первообразная 4) исходная |
| 3. Множество первообразных функций $f(x) = \frac{\sin x dx}{\cos^2 x + 1}$ имеет вид... | 1) $-\arctg(\cos x) + C$ 2) $\arctg(\cos x) + C$ 3) $\ln \cos^2 x + 1 + C$ 4) $\cos^2 x + 1 + C$ |
| 4. Множество первообразных функций $f(x) = e^{3x}$ имеет вид... | 1) $-\frac{1}{3}e^{3x} + C$ 2) $\frac{1}{3}e^{3x} + C$ 3) $e^{3x} + C$ 4) $3e^{3x} + C$ |
| 5. Неопределенный интеграл $\int \sin(5x + 3) dx$ равен... | 1) $-\cos(5x + 3) + C$ 2) $-\cos(5x^2 / 2 + 3x) + C$ 3) $-1/5 \cos(5x + 3) + C$ |

| | |
|---|---|
| | 4) $-1/5 \cos(5x^2/2 + 3x) + C$ |
| 6. Неопределенный интеграл $\int \frac{x^3 dx}{x^4 - 1}$ равен... | 1) $\ln x^4 - 1 + C$ 2) $3/4 \ln x^4 - 1 + C$ 3) $3 \ln x^4 - 1 + C$ 4) $1/4 \ln x^4 - 1 + C$ |
| 7. Неопределенный интеграл $\int x^2 3^{x^3} dx$ равен... | 1) $1/2 \sin 2x + C$ 2) $1/20 \ln \left \frac{2x+5}{2x-5} \right + C$ 3) $-1/20 \ln \left \frac{2x+5}{2x-5} \right + C$ 4) $\frac{3^{x^3}}{3 \ln 3} + C$ |
| 8. Множество первообразных функции $f(x) = \frac{x+10}{x+2}$ имеет вид... | 1) $\frac{x^2}{2} + 10x + C$ 3) $x + 10 \ln x+2 + C$ 2) $x + 8 \ln x+2 + C$ 4) $x - 8 \ln x+2 + C$ |
| 9. Формула $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big _a^b = F(b) - F(a)$ называется формулой... | 1) Коши-Буняковского 2) Ньютона-Лейбница 3) Гаусса 4) Крамера |
| 10. Чему равен определенный интеграл $\int_a^a f(x) dx$? | 1) a 2) F(a) 3) 0 4) 1 |
| 11. Определенный интеграл $\int_1^5 (3x^2 + 2) dx$ равен... | 1) 118 2) 123 3) 132 4) 138 |
| 12. Определенный интеграл $\int_1^2 \frac{2t+1}{t^2+t} dt$ равен... | 1) $3 + \ln 3$ 2) $\ln 4$ 3) $\ln 3$ 4) $-1 + \ln 6$ |
| 13. Определенный интеграл $\int_1^e \frac{\ln^3 x}{x} dx$ равен... | 1) 1 2) 1/3 3) 1/4 4) 4/3 |
| 14. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 + 2x$, осью Ох и прямой $x=3$ | 1) 12 2) 14 3) 15 4) 18 |
| 15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 + 2$, осью Ох, осью Оу и прямой $x=1$ | 1) 7/3 2) 2/3 3) 1/3 4) 4/3 |
| 16. Значение интеграла $\int_0^1 (e^x - 1)e^x dx$ равно | 1) $-0,5(e-1)^2$ 3) $0,5(e-1)^2$ |

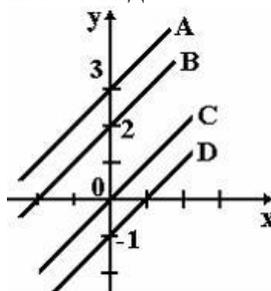
| | |
|---|--|
| но... | 2) $\frac{1}{4}(e-1)^3$ 4) $e(e-1)$ |
| 17. Несобственный интеграл $\int_4^{+\infty} \frac{6}{x^2} dx$ равен... | 1) 0 2) 1 2) 2 3) ∞ |
| 18. Сходящимися являются несобственные интегралы... | 1) $\int_1^{+\infty} x^{-2} dx$ 2) $\int_1^{+\infty} x^{-\frac{1}{2}} dx$ 3) $\int_1^{+\infty} x^{-\frac{1}{4}} dx$ 4) $\int_1^{+\infty} x^{-4} dx$ |

Раздел 4. Функции нескольких переменных. Элементы теории функций
комплексного переменного

| | |
|---|--|
| 1. Частная производная по x от функции $z = 5x^3 + y^2 + x^2 - 6y + 17$ равна... | 1) $z'_x = 15x^2 + 2x$ 2) $z'_x = 15x^2 + 2x + 2y - 6$ 3) $z'_x = 2y - 6$ 4) $z'_x = \frac{5}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + 17x$ |
| 2. Частная производная второго порядка z''_{xy} от функции $z = x^2 y^3$ равна... | 1) $z''_{xy} = 4y^3$ 2) $z''_{xy} = 2xy^2$ 3) $z''_{xy} = 2xy^3 + 3x^2 y^2$ 4) $z''_{xy} = 6xy^2$ |
| 3. Найти частную производную z'_x в точке (2; 2) от функции $z = \frac{y+3}{x^3-3}$ | 1) -1 2) -2 3) -1,6 4) -2,4 |
| 4. Что определяется выражением $z'_x \cos \alpha + z'_y \cos \beta$? | 1) Условный экстремум 2) Градиент 3) Частный дифференциал 4) Производная по направлению |
| 5. Частная производная второго порядка z''_{xy} функции $z = x^2 y^3$ равна... | 1) $4y^3$ 2) $2xy^2$ 3) $2xy^3 + 3x^2 y^2$ 4) $6xy^2$ |
| 6. Точкой экстремума функции $z = 9x^2 + y^2 + 18x - 4y + 7$ является точка... | 1) M(2; -4) 2) M(1; -2) 3) M(-2; 4) 4) M(-1; 2) |
| 7. Как называется выражение $\{z'_x; z'_y\}$? | 1) Условный экстремум 2) Градиент 3) Частный дифференциал 4) Производная по направлению |
| 8. Найти критическую точку функции $z = 2x^2 - 2xy + 3y^2 - 18x - 16y + 7$ | 1) M(2; 5) 2) M(3; 7) 3) M(3; 5) 4) M(7; 5) |

| | |
|---|---|
| <p>9. Частная производная функции $z = x^4 \cos^2 y$ по переменной y в точке $M\left(1; \frac{\pi}{2}\right)$ равна...</p> | <p>1) 0 2) 4 3) -1 4) 1</p> |
| <p>10. Линиями уровня функции $z = (x^2 - 2y)^3$ являются ...</p> | <p>1) параболы 3) гиперболы 2) прямые 4) эллипсы</p> |

Раздел 5. Дифференциальные и разностные уравнения

| | |
|--|--|
| <p>1. Общим решением дифференциального уравнения $y' = 2x$ является ...</p> | <p>1) $x^2 + 7$ 2) $x^2 + C$ 3) $x + C$ 4) $x^2 + C_1x + 7$</p> |
| <p>2. Нахождение частных решений дифференциальных уравнений по начальным условиям называется решение задачи...</p> | <p>1) Бернулли 2) Коши 3) Лагранжа 4) Лейбница</p> |
| <p>3. Дифференциальное уравнение $y' = y^2 \cdot \cos x$ является ...</p> | <p>1) линейным дифференциальным уравнением 2) уравнением с разделяющимися переменными 3) однородным дифференциальным уравнением 4) уравнением Бернулли</p> |
| <p>4. Из данных дифференциальных уравнений уравнениями Бернулли являются...</p> | <p>1) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^5}{x^3}$ 2) $x \frac{dy}{dx} - y = y^2 e^x$ 3) $y \frac{dy}{dx} + x^3 = 0$ 4) $\frac{dy}{dx} - 3x^2 + y = 0$</p> |
| <p>5. Дано дифференциальное уравнение $x y' = y$ при $y(1) = 1$. Тогда интегральная кривая, которая определяет решение этого уравнения, имеет вид...</p>  | <p>1) D 3) C 2) A 4) B</p> |
| <p>6. Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями 1-го порядка являются...</p> | <p>1) $x^3 y' + 8y - x + 5 = 0$ 2) $y^2 \frac{dy}{dx} + x = 0$ 3) $2x \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$</p> |

| | |
|---|---|
| | 4) $x \frac{d^2 y}{dx^2} + yx \frac{dy}{dx} + y = 3$ |
| 7. Если $y(x)$ – решение уравнения $y' = \frac{y}{x}$, удовлетворяющее условию $y(1) = 1$, тогда $y(2)$ равно... | 1) 2 3) 1 2) 5 4) 4 |
| 9. Дано дифференциальное уравнение $y' = (2k - 2)x^3$. Тогда функция $y = x^4 - 3$ является его решением при k , равном... | 1) 2 2) 3 3) 1 4) 0 |
| 10. Общее решение дифференциального уравнения $y''' = x + 2$ имеет вид... | 1) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$ 2) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3$ 3) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$ 4) $y = x^4 + x^3 + C_1$ |
| 11. Линейному однородному дифференциальному уравнению $y'' + 5y' - 6y = 0$ соответствует характеристическое уравнение... | 1) $k^2 + 5k + 4 = 0$ 2) $k^2 + 5k - 6 = 0$ 3) $k^2 + 5k = 0$ 4) $k^2 - 6 = 0$ |
| 12. Линейному однородному дифференциальному уравнению $y'' + 7y' + 12y = 0$ соответствует характеристическое уравнение... | 1) $k^2 + 5k + 4 = 0$ 2) $k^2 + 7k + 12 = 0$ 3) $k^2 + 5k = 0$ 4) $k^2 - 6 = 0$ |
| 13. Линейному однородному дифференциальному уравнению $y'' + 3y' - 4y = 0$ соответствует общее решение... | 1) $C_1e^x + C_2e^{5x}$ 2) $C_1e^x + C_2e^{-4x}$ 3) $C_1e^{2x} + C_2e^{5x}$ 4) $C_1e^{3x} + C_2e^{-5x}$ |
| 14. Частному решению неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = x + 1$ по виду его правой части соответствует функция... | 1) $f(x) = Ax^2 + Bx$ 3) $f(x) = Ae^{2x} + Be^{3x}$ 2) $f(x) = Ax + B$ 4) $f(x) = e^{2x}(Ax + B)$ |
| 15. Дано линейное однородное дифференциальное уравнение $y'' + y' - 2y = 0$, тогда его общее решение имеет вид... | 1) $C_1e^{2x} + C_2e^{-x}$ 3) $C_1e^{-2x} + C_2e^x$ 2) $C_1e^{2x} + C_2e^x$ 4) $C_1e^{-2x} + C_2e^{-x}$ |

Раздел 6. Ряды

| | |
|---|--|
| <p>1. Необходимое условие сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ записывается в виде...</p> | <p>1) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n > 0$ 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n < 0$ 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$ 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$</p> |
| <p>2. Сумма числового ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n$ равна...</p> | <p>1) $\frac{5}{4}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $\frac{4}{5}$ 4) $\frac{1}{625}$</p> |
| <p>3. При каких значениях p обобщенный гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ является сходящимся?</p> | <p>1) $p > 1$ 2) $p = 1$ 3) $p < 1$ 4) $p \neq 1$</p> |
| <p>4. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{u_{n+1}}{u_n} \right = q$, то числовой ряд сходится при q равном...</p> | <p>1) -2 3) $-0,5$ 2) $0,5$ 4) 2</p> |
| <p>5. Для исследования сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ следует применить...</p> | <p>1) признак Коши 2) признак Даламбера 3) признак Лейбница 4) предельный признак сравнения</p> |
| <p>6. Для исследования сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + n}{n^5 + 2n^2}$ следует применить...</p> | <p>1) предельный признак сравнения 2) признак Даламбера 3) признак Лейбница 4) признак Коши</p> |
| <p>7. Укажите сходящиеся числовые ряды</p> | <p>1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+5}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+4}}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n}$</p> |
| <p>8. Знакопередающийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4n-1}$</p> | <p>1) абсолютно сходится 2) условно сходится 3) расходится</p> |
| <p>9. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{4^n}$ равен...</p> | <p>1) ∞ 2) 16 3) 4 4) 1</p> |
| <p>10. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ равен 10. Тогда интервал сходимости имеет вид ...</p> | <p>1) $(0;10)$ 3) $(-10;0)$ 2) $(-10;10)$ 4) $(-5;5)$</p> |
| <p>11. Если $f(x) = x^3 - 1$, то коэффициент a_4 разложения данной функции в ряд Тейлора</p> | <p>1) 0 3) 1 2) $0,25$ 4) 4</p> |

| | |
|--|---|
| ра по степеням $(x-1)$ равен... | |
| 12. Дано дифференциальное уравнение $y' = y^2 - x$ при $y(0) = 1$. Тогда первые три члена разложения его решения в степенной ряд имеют вид... | 1) $1 + x + \frac{x^2}{2}$ 3) $1 + x + \frac{x^5}{6}$ 2) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$ 4) $-1 + x + \frac{x^2}{2}$ |
| 13. Дано дифференциальное уравнение $y' = y^2 - x$ при $y(0) = 1$. Тогда первые три члена разложения его решения в степенной ряд имеют вид | 1) $1 + x + \frac{x^2}{2}$ 3) $1 + x + \frac{x^5}{6}$ 2) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$ 4) $-1 + x + \frac{x^2}{2}$ |

3.5 Тематика контрольных работ
(для обучающихся очной формы обучения)

1-10. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4};$

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6};$

в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5};$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 4x};$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5} \right)^{x-1}$

2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3};$

б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2};$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{x^2 + 6x};$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin 5x}{6x};$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-4} \right)^{2-x}$

3. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - x^2}{x^2 + 4x + 1};$

б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 7x + 3}{2x^2 + x - 1};$

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-3}{\sqrt{8+x}-3};$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x^2}{1 - \cos x};$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-1} \right)^{2x-3}$$

$$4. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 4}{x^3 - x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 9x + 9}{x^2 - 5x + 6};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{3+x}}{x - x^2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \operatorname{tg} x}{\sin^2 x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-1} \right)^{3-x}$$

$$5. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 4}{3 + x - 4x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x - x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7+x} - \sqrt{7-x}}{5x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x+4} \right)^{2x+1}$$

$$6. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 7x + 1}{3x^2 + x + 3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 + 5x + 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{3x^2 + x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{4x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x-4} \right)^{2x}$$

$$7. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 4}{2x^2 - x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 4x + 3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} - 3}{x^2 - 4x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos 4x};$$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-7}{2x-3} \right)^{4x+1}$

8. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x + 1}{3x^2 + 4x + 2};$ б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{6 - x - x^2}{3x^2 + 8x - 3};$

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 3}{\sqrt{8 + x} - 3};$ г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{1 - \sin^2 5x};$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x-3} \right)^{1-2x}$

9. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x - 3x^2}{x^2 + x + 3};$ б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{5x^2 - 4x - 1};$

в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{4x} - x}{x^2 - 16};$ г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{10x^2};$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+3} \right)^{3-2x}$

10. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^3 + 5x - 1};$ б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{8 - x^3};$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{10+x} - \sqrt{10-x}};$ г) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \operatorname{ctg}^2 3x;$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^{4-x}$

11-20. Задана функция $y = f(x)$. Установить, является ли данная функция непрерывной. В случае разрыва функции в некоторой точке найти ее пределы слева и справа, классифицировать характер разрыва. Изобразить схематично график функции.

$$11. f(x) = \begin{cases} x+4, x < -1, \\ x^2+1, -1 \leq x < 1, \\ 2x, x \geq 1. \end{cases}$$

$$12. f(x) = \begin{cases} x+2, x \leq -1, \\ x^2+1, -1 < x \leq 1, \\ -x+3, x > 1 \end{cases}$$

$$13. f(x) = \begin{cases} -x, x \leq 0, \\ -(x-1)^2, 0 < x < 2, \\ x-3, x \geq 2. \end{cases}$$

$$14. f(x) = \begin{cases} \cos x, x \leq 0, \\ x^2+1, 0 < x < 1, \\ x, x \geq 1. \end{cases}$$

$$15. f(x) = \begin{cases} -x, x \leq 0, \\ x^2, 0 < x \leq 2, \\ x+1, x > 2. \end{cases}$$

$$16. f(x) = \begin{cases} -x, x \leq 0, \\ \sin x, 0 < x \leq \pi, \\ x-2, x > \pi. \end{cases}$$

$$17. f(x) = \begin{cases} -(x+1), x \leq -1, \\ (x+1)^2, -1 < x \leq 0, \\ x, x > 0. \end{cases}$$

$$18. f(x) = \begin{cases} -x^2, x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 2, x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$19. f(x) = \begin{cases} -2x, x \leq 0, \\ x^2+1, 0 < x \leq 1, \\ 2, x > 1. \end{cases}$$

$$20. f(x) = \begin{cases} -2x, x \leq 0, \\ \sqrt{x}, 0 < x \leq 1, \\ 1, x \geq 1. \end{cases}$$

21-30. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ следующих функций.

21. а) $y = \arccos \sqrt{x}$; б) $y = \ln \operatorname{ctg} \frac{x}{3}$;

в) $x = 2t^2 + t$, $y = \ln t$.

22. а) $y = \frac{x}{2} \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2} \arccos \frac{x}{5}$; б) $y = \exp(\operatorname{ctg} 2x)$;
 в) $x = \frac{1-t}{1+t^2}$; $y = \frac{2+t^2}{t^2}$
23. а) $y = \frac{1}{6} \ln \frac{x-3}{x+3}$; б) $y = \operatorname{arccctg}[\exp(5x)]$;
 в) $x = \sin^2 3t$, $y = \cos^2 3t$.
24. а) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$; б) $y = \frac{1 - \cos 3x}{1 + \cos 3x}$;
 в) $x = t^4 + 2t$, $y = t^2 + 5t$.
25. а) $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} + \arccos \frac{1}{x^2}$; б) $y = (x-1)\exp(x^2)$;
 в) $x = t - \ln \sin t$, $y = t + \ln \cos t$.
26. а) $y = \frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x + \ln \sin x$; б) $y = \operatorname{eps}(\cos 3x)$.
 в) $x = \operatorname{tgt}$, $y = \frac{1}{\sin^2 t}$.
27. а) $y = \ln(\sqrt{x} - \sqrt{x-2}) + \sqrt{x^2 - 2x}$; б) $y = 3x \exp(-x^{-2})$;
 в) $x = t^2 - t^3$, $y = 2t^3$.
28. а) $y = \ln \cos 2x - \ln \sin 2x$; б) $y = 2^{\operatorname{ctg}^2 3x}$;
 в) $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$.
29. а) $y = \arccos \frac{x-1}{x+1}$; б) $y = \ln \operatorname{ctg} \sqrt{x+2}$;
 в) $x = \sin t$, $y = 3 \cos^2 t$.
30. а) $y = \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} - \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{2} + \ln \sin x$; б) $y = x \exp\left(\frac{1}{x}\right)$;
 в) $x = 2t - t^2$, $y = 2t^3$.

31-40. Найти пределы функции, применяя правило Лопиталья.

31. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{1 - \sqrt{3} \operatorname{tg} x}$. 32. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1 - \operatorname{tg} x}$.
33. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{\ln(1 - 2x)}$. 34. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\ln x}$.
35. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$. 36. $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \ln x$.
37. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right)$. 38. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^{2x}}$.
39. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \ln(1+x)}{e^x - 1}$. 40. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1-x)}$.

41-50. Методами дифференциального исчисления: а) исследовать функцию $y = f(x)$ для $\forall x \in R$, и по результатам исследования построить ее график; б) найти наименьшее и наибольшее значение заданной функции на отрезке $[a; b]$.

41. а) $y = \frac{4x}{4+x^2}$, б) $[-3; 3]$.

42. а) $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$, б) $[-1; 1]$.

43. а) $y = \frac{x^3}{x^2+1}$, б) $[-2; 2]$.

44. а) $y = \frac{x^2-5}{x-3}$, б) $[-2; 2]$.

45. а) $y = \frac{2-4x^2}{1-4x^2}$, б) $[1; 4]$.

46. а) $y = (x-1)^{3x+1}$, б) $[0; 1]$.

47. а) $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, б) $[1; 9]$.

48. а) $y = e^{\frac{1}{2-x}}$, б) $[-1; 1]$.

49. а) $y = xe^{-x^2}$, б) $[-2; 2]$.

50. а) $y = \frac{x^2-3}{x^2+9}$, б) $[-2; 2]$.

51-60. Найти неопределенные интегралы. В случаях а), б), в) результат проверить дифференцированием.

51. а) $\int e^{\cos^2 x} \sin 2x dx$,

б) $\int x \arctg x dx$,

в) $\int \frac{dx}{x^3+27}$

г) $\int \frac{\sqrt[3]{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}} dx$,

д) $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$

52. а) $\int \frac{x^2 dx}{(x^3+4)^6}$,

б) $\int e^x \ln(1+e^x) dx$,

в) $\int \frac{x dx}{x^3+8}$

г) $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$,

- д) $\int \cos^2 x \cdot \sin^3 x dx$
53. а) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}$, б) $\int x 2^x dx$,
 в) $\int \frac{(5x+6)dx}{x^3+x^2+x+1}$, г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{(x+1)^2}}$,
 д) $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$
54. а) $\int \frac{dx}{\sin^2 x(2\operatorname{ctg}x+1)}$; б) $\int \frac{x \arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx$,
 в) $\int \frac{dx}{x^3-x^2+2x-2}$; г) $\int \frac{x + \sqrt[3]{1+x}}{\sqrt{x+1}} dx$,
 д) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$
55. а) $\int \frac{\sin 2x dx}{5-\cos 2x}$ б) $\int x^2 e^{5x} dx$,
 в) $\int \frac{(x+1)dx}{x^3-2x^2+x}$ г) $\int \frac{\sin x dx}{1+\sin x}$,
 д) $\int \cos^4 x dx$
56. а) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^3 x}}$, б) $\int x \arccos \frac{1}{2} dx$,
 в) $\int \frac{(2x+1)dx}{x^3+3x^2-4x}$ г) $\int \frac{(\sqrt[4]{x}-1)dx}{(\sqrt{x}-2)\sqrt[4]{x^3}}$,
 д) $\int \sin^4 x dx$
57. а) $\int \frac{\arcsin x dx}{\sqrt{1-x^2}}$ б) $\int x \ln(x^2+1) dx$,
 в) $\int \frac{xdx}{x^4+5x^2+6}$ г) $\int \frac{\sqrt[6]{x+5}}{1+\sqrt[3]{x+5}} dx$,
 д) $\int \sin^5 x \cos^2 x dx$
58. а) $\int \frac{\operatorname{arctg}x}{x^2+1} dx$, б) $\int x \cos 2x dx$,
 в) $\int \frac{xdx}{x^4-81}$ г) $\int \frac{dx}{\cos x + 3 \sin x}$,
 д) $\int \sin^2 x \cos^5 x dx$
59. а) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{8+3\sin x}}$, б) $\int x \ln^2 x dx$,
 в) $\int \frac{(x^2+x-1)}{x^4+3x^2-4} dx$ г) $\int \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt[6]{x}-1)}{\sqrt[3]{x+1}} dx$,
 д) $\int \sin^3 x \cos^4 x dx$
60. а) $\int \frac{\sqrt{3+\ln x}}{x} dx$, б) $\int x^2 \sin 3x dx$,
 в) $\int \frac{(x^3+x)dx}{x^4+5x^2+6}$ г) $\int \frac{dx}{\sin x + 2 \cos x + 1}$,

$$д) \int \sin^4 x \cos^3 x dx$$

61-70. Вычислить определенные интегралы.

$$61. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx.$$

$$62. \int_0^1 x \arctg x dx$$

$$63. \int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx.$$

$$64. \int_0^1 \frac{5x+1}{x^2+2x+1} dx$$

$$65. \int_0^{\pi} \sin 2 \cos^2 x dx.$$

$$66. \int_1^2 \sqrt{x} \ln x dx$$

$$67. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x + \cos x}.$$

$$68. \int_0^1 x \ln(1+x) dx$$

$$69. \int_0^1 \frac{dx}{x^2+x+1}.$$

$$70. \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}.$$

71-80. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится.

$$71. \int_0^{\infty} x^2 e^{-3x} dx$$

$$72. \int_1^{\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^6}$$

$$73. \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}$$

$$74. \int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$75. \int_{-\infty}^0 x e^x dx$$

$$76. \int_1^{\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$$

$$77. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

$$78. \int_{\sqrt{3}}^{\infty} \frac{xdx}{x^4+9}$$

$$79. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$$

$$80. \int_{-\infty}^1 \frac{dx}{x^2+4x+13}$$

81-90. Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями. Сделать чертеж.

$$81. x^2 + 2y = 0, \quad 5x + 2y - 6 = 0$$

$$82. x^2 - 2y = 0, \quad x - 2y + 6 = 0$$

$$83. x^2 - 2y = 0, \quad x - 2y + 6 = 0$$

$$84. x^2 - 6y = 0, \quad x + 6y - 12 = 0$$

$$85. x^2 + 2y = 0, \quad 2x - y - 3 = 0$$

$$86. 2x + y^2 = 0, \quad 2x + 5y - 6 = 0$$

$$87. 2x - y^2 = 0, \quad 2x - y - 6 = 0$$

$$88. 2x - y^2 = 0, \quad 2x + y - 6 = 0$$

$$89. 6x - y^2 = 0, \quad 6x + y - 12 = 0$$

$$90. x + y^2 = 0, \quad x - 2y + 3 = 0$$

91-100. Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_b^a f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления проводить с округлением до третьего десятичного знака.

$$91. \int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 16} dx \quad 92. \int_2^{12} \sqrt{x^3 + 9} dx$$

$$93. \int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 32} dx \quad 94. \int_0^{10} \sqrt{x^3 + 5} dx$$

$$95. \int_{-1}^9 \sqrt{x^3 + 2} dx \quad 96. \int_2^{12} \sqrt{x^3 + 4} dx$$

$$97. \int_1^{11} \sqrt{x^3 + 3} dx \quad 98. \int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 36} dx$$

$$99. \int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 8} dx \quad 100. \int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 11} dx$$

101-110. Дана функция двух переменных $z = f(x; y)$. Найти все частные производные первого и второго порядка.

$$101. z = \frac{y}{x^2 - y^2}.$$

$$102. z = \ln(x^2 - 4y^3).$$

103. $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$.

104. $z = e^{x^2 y} - x^2 y$.

105. $z = \cos(x^2 - y^2)$.

106. $z = \arcsin \frac{y}{x^2}$.

107. $z = \ln(x^3 - 5y^2)$.

108. $z = \sqrt{x^3 + x^2 y + 1}$.

109. $z = \arcsin(x^2 y)$.

110. $z = \operatorname{arctg}(x^2 y)$.

111-120. Даны функция $z = f(x, y)$ и точка $M_1(x_1; y_1)$. С помощью полного дифференциала вычислить приближенно значение функции в данной точке. Вычислить точное значение функции в точке M_0 и оценить относительную погрешность вычислений.

111. $z = x^2 + 3xy + y^2$; $M_1(0,98;1,04)$.

112. $z = 2xy - 3y^2 + 5x$; $M_1(3,04;2,03)$.

113. $z = x^2 + y^2 + 2x - 2y$; $M_1(0,94;1,04)$.

114. $z = x^2 + y^2 + 4x - 2y$; $M_1(2,94;1,05)$.

115. $z = y^2 + 3xy + x$; $M_1(1,05;1,95)$.

116. $z = x^2 + 2xy + y^2$; $M_1(2,06;0,98)$.

117. $z = x^2 - y^2 + 3x + 2y$; $M_1(1,02;2,05)$.

118. $z = x^2 + 4xy + y^2$; $M_1(2,96;0,94)$.

119. $z = 3xy + 2x + 5y$; $M_1(1,04;2,96)$.

120. $z = x^2 - 3xy + 2y$; $M_1(0,96;2,05)$.

4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

4.1 Положение о формах, периодичности и порядке проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся П ВГАУ 1.1.01 – 2017. Положение о фонде оценочных средств П ВГАУ 1.1.13 – 2016.

4.2 Методические указания по проведению текущего контроля

| | | |
|-----|--|--|
| 1. | Сроки проведения текущего контроля | На практических занятиях |
| 2. | Место и время проведения текущего контроля | В учебной аудитории в течение практического занятия |
| 3. | Требования к техническому оснащению аудитории | в соответствии с ОП и рабочей программой |
| 4. | Ф.И.О. преподавателя (ей), проводящих процедуру контроля | Буховец А.Г., Шишкина Л.А. |
| 5. | Вид и форма заданий | Собеседование |
| 6. | Время для выполнения заданий | в течение занятия |
| 7. | Возможность использования дополнительных материалов. | Обучающийся может пользоваться дополнительными материалами |
| 8. | Ф.И.О. преподавателя (ей), обрабатывающих результаты | Буховец А.Г., Шишкина Л.А. |
| 9. | Методы оценки результатов | Экспертный |
| 10. | Предъявление результатов | Оценка выставляется в журнал/доводится до сведения обучающихся в течение занятия |
| 11. | Апелляция результатов | В порядке, установленном нормативными документами, регулирующими образовательный процесс в Воронежском ГАУ |

Рецензент: заместитель руководителя Департамента аграрной политики Воронежской области Петрова С. Г.