

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ИМПЕРАТОРА ПЕТРА I»**

**ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**КАФЕДРА ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, СТАТИСТИКИ И  
ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**

УТВЕРЖДАЮ

зав. кафедрой



В.А. Лубков

15 июня 2021 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине **Б1.Б.07 Математический анализ**  
для направления 38.03.01 Экономика академического бакалавриата  
профиль: «Бухгалтерский учет, анализ и аудит», «Финансы и кредит»,  
«Экономика предприятий и организаций АПК», «Налоги и налогообложение»

**1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы**

Индекс	Формулировка	Разделы дисциплины					
		1	2	3	4	5	6
ОК-7	способностью к самоорганизации и самообразованию	+		+	+	+	
ОПК-3	способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы		+	+	+		+

**2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

**2.1 Шкала академических оценок освоения дисциплины**

Виды оценок	Оценки			
Академическая оценка по 4-х балльной шкале	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично

## 2.2 Текущий контроль

Код	Планируемые результаты	Раздел дисциплины	Содержание требования в разрезе разделов дисциплины	Технология формирования	Форма оценочного средства (контроля)	№Задания		
						Пороговый уровень (удовл.)	Повышенный уровень (хорошо)	Высокий уровень (отлично)
ОК-7	<p>- Знать различные методы решения задач по математическому анализу; приемы и методы самостоятельной работы.</p> <p>- Уметь выбирать наиболее оптимальный метод решения математических задач, осуществлять практическую и познавательную деятельность в отсутствие прямого педагогического воздействия, планировать самостоятельную работу.</p> <p>- Иметь навыки использования инструментов алгебры и начала анализа, основными методами решения математических задач; методами самостоятельной работы.</p>	1,3,4,5	<p>Знать определение предела числовой последовательности, теоремы и основные свойства пределов. Знать определение дифференциального уравнения, общего и частного решения, формулировку задачи Коши.</p> <p>Уметь вычислять пределы проводить сравнения бесконечно малых величин.</p> <p>Уметь интегрировать дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными и уравнения второго порядка сводящиеся к ним, Уметь интегрировать</p>	Лекции, практические занятия, самостоятельная работа.	Решение задач, тестирование, контрольная работа (для обучающихся очной формы обучения)	Вопросы из раздела 3.1, задачи раздела 3.2, Тесты из-задания 3.4, контрольная работа из задания 3.5 (для обучающихся очной формы обучения)	Вопросы из раздела 3.1, задачи раздела 3.2, Тесты из-задания 3.4, контрольная работа из задания 3.5 (для обучающихся очной формы обучения)	Вопросы из раздела 3.1, задачи раздела 3.2, Тесты из-задания 3.4, контрольная работа из задания 3.5 (для обучающихся очной формы обучения)

			дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Владеть навыками раскрытия неопределенностей с помощью правил Лопиталья. Классифицировать точки разрыва. Иметь навыки интегрирования неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью правого вида					
ОПК-3	<p>- Знать основные методы разработки математических моделей исследуемого объекта; основные методы и алгоритмы решения разработанных математических задач.</p> <p>- Уметь осуществлять выбор метода решения математических</p>	2,3,4,6	<p>Знать определение производной, ее механический, геометрический, экономический смысл. Знать определения функции нескольких переменных.</p> <p>Уметь вычислять производные эле-</p>	Лекции, практические занятия, самостоятельная работа.	Решение задач, тестирование, контрольная работа (для обучающихся очной формы обучения)	Вопросы из раздела 3.1, задачи раздела 3.2, Тесты из задания 3.4, контрольная работа из задания 3.5 (для	Вопросы из раздела 3.1, задачи раздела 3.2, Тесты из задания 3.4, контрольная работа из задания 3.5 (для обуча-	Вопросы из раздела 3.1, задачи раздела 3.2, Тесты из задания 3.4, контрольная работа из

	<p>задач, анализировать и обосновывать полученные результаты.</p> <p>- Иметь навыки владения методами анализа, выбора оптимального решения математических задач, навыками формирования выводов по результатам, навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач.</p>		<p>ментарных функции, уметь находить частные производные сложной функции, производные неявно заданной функции</p> <p>Иметь навыки исследования функций: определение экстремумов, областей выпуклости, асимптот графиков функций.</p> <p>Иметь навыки вычисления градиента функции определения экстремума функции двух переменных, нахождение условного экстремума</p>			<p>обучающихся очной формы обучения)</p>	<p>ной формы обучения)</p>	<p>задания 3.5 (для обучающихся очной формы обучения)</p>
--	---	--	---	--	--	--	----------------------------	---

### 2.3 Промежуточная аттестация

Код	Планируемые результаты	Технология формирования	Форма оценочного средства (контроля)	№Задания		
				Пороговый уровень (удовл.)	Повышенный уровень (хорошо)	Высокий уровень (отлично)
ОК-7	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Знать различные методы решения задач по математическому анализу; приемы и методы самостоятельной работы.</li> <li>- Уметь выбирать наиболее оптимальный метод решения математических задач, осуществлять практическую и познавательную деятельность в отсутствие прямого педагогического воздействия, планировать самостоятельную работу.</li> <li>- Иметь навыки основ алгебры и начала анализа, основными методами решения математических задач; методами самостоятельной работы.</li> </ul>	Практические занятия, самостоятельная работа	Экзамен	Вопросы из раздела 3.1, Задачи из раздела 3.3, Тесты из раздела 3.4	Вопросы из раздела 3.1, Задачи из раздела 3.3, Тесты из раздела 3.4	Вопросы из раздела 3.1, Задачи из раздела 3.3, Тесты из раздела 3.4
ОПК-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Знать основные методы разработки математических моделей исследуемого объекта; основные методы и алгоритмы решения разработанных математических задач.</li> <li>- Уметь осуществлять выбор метода решения математических задач, анализировать и обосновывать полученные результаты.</li> <li>- Иметь навыки методов анализа, выбора оптимального решения математических задач, навыками формирования выводов по результатам, навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач.</li> </ul>	Практические занятия, самостоятельная работа	Экзамен	Вопросы из раздела 3.1, Задачи из раздела 3.3, Тесты из раздела 3.4	Вопросы из раздела 3.1, Задачи из раздела 3.3, Тесты из раздела 3.4	Вопросы из раздела 3.1, Задачи из раздела 3.3, Тесты из раздела 3.4

## 2.4 Критерии оценки на экзамене

Оценка экзаменатора, уровень	Критерии
«отлично», высокий уровень	Обучающийся показал прочные знания основных положений учебной дисциплины, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи повышенной сложности, свободно использовать справочную литературу, делать обоснованные выводы
«хорошо», повышенный уровень	Обучающийся показал прочные знания основных положений учебной дисциплины, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты.
«удовлетворительно», пороговый уровень	Обучающийся показал знание основных положений учебной дисциплины, умение получить с помощью преподавателя правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой, знакомство с рекомендованной справочной
«неудовлетворительно»	При ответе обучающегося выявились существенные пробелы в знаниях основных положений учебной дисциплины, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины

## 2.5 Критерии оценки тестов

Ступени уровней освоения компетенций	Отличительные признаки	Показатель оценки сформированной компетенции
Пороговый	Обучающийся воспроизводит термины, основные понятия, способен узнавать языковые явления.	Не менее 55 % баллов за задания теста.
Продвинутый	Обучающийся выявляет взаимосвязи, классифицирует, упорядочивает, интерпретирует, применяет на практике пройденный материал.	Не менее 75 % баллов за задания теста.
Высокий	Обучающийся анализирует, оценивает, прогнозирует, конструирует.	Не менее 90 % баллов за задания теста.
Компетенция не сформирована		Менее 55 % баллов за задания теста.

## 2.6 Допуск к сдаче экзамена

1. Посещение занятий. Допускается один пропуск без предъявления справки.
2. Выполнение домашних заданий.
3. Активное участие в работе на занятиях.

## 2.7 Критерии оценки решения задач

Оценка	Критерии
«неудовлетворительно»	Задача не решена или решена неправильно
«удовлетворительно»	Задание понято правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задача решена не полностью или в общем виде
«хорошо»	Составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным спосо-

	бом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ
«отлично»	Составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом

## 2.8 Критерий решения контрольной работы (для обучающихся очной формы обучения)

Оценка	Критерии
«зачтено»	Составлен правильный алгоритм решения задач, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задачи решены рациональным способом
«не зачтено»	Задания контрольной работы не решены или решены неправильно; имеются упущения в оформлении.

### 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 3.1 Вопросы к экзамену

1. Возрастание и убывание функции.
2. Минимум и максимум функции (необходимое и достаточные условия существования экстремума).
3. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба, применение в задачах экономического содержания.
4. Общий план исследования функций с целью построения графика.
5. Первообразная, определение, теорема о структуре первообразных.
6. Свойства неопределенных интегралов. Таблица основных интегралов.
7. Интегрирование методом замены переменной или способом подстановки.
8. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
9. Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен вида:  $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$
10. Интегрирование правильных рациональных дробей.
11. Разложение рациональной дроби на простейшие. Метод неопределенных
12. коэффициентов.
13. Интегралы от иррациональных функций.
14. Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций.
15. Определенный интеграл. Нижняя и верхняя интегральные суммы, их свойства.
16. Определение и геометрический смысл определенного интеграла.
17. Свойства определенного интеграла, формула Ньютона-Лейбница.
18. Приложения определенного интеграла (вычисление площади, работы, объемов тел вращения).
19. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в
20. определенном интеграле.
21. Несобственные интегралы. Теоремы о несобственных интегралах.
22. Понятие дифференциального уравнения, основные определения, применение в задачах экономического содержания.
23. Теорема существования и единственности решения диф. уравнения. 1-го порядка. Задача Коши.
24. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
25. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.



26. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
27. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, основные понятия. Задача Коши.
28. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений 2-го порядка.
29. Дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
30. Характеристическое уравнение.
31. Неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Нахождение частного решения для различных стандартных правых частей.
32. Комплексные числа, действия над ними.
33. Понятие функции нескольких переменных, ее области определения, графика, применение в задачах экономического содержания.
34. Частные производные функции нескольких переменных применение в задачах экономического содержания.
35. Экстремум функции двух независимых переменных.
36. Числовые ряды, основные определения.
37. Признаки сходимости рядов с положительными членами, признаки Даламбера и Коши.
38. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
39. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.
40. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
41. Интегрирование с помощью степенных рядов.

### 3.2 Практические задания для текущего контроля

**Задача №1.** Вычислить пределы указанных функций.

$$1.1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$$

$$1.2 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$$

$$1.3 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2 - x}}{x - 1}$$

$$1.4 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$$

$$1.5 \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{1/x}$$

**Задача №2.** Сравнить бесконечно малые  $\alpha = \sin^2 x$  и  $\beta = 1 - \cos 2x$  при  $x \rightarrow 0$

$$y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} e^{1/x}$$

**Задача №3.** Найти точки разрыва функции и определить их род

**Задача №4.** Найти производные данных функций.

$$4.1 \quad y = \frac{x^3 - \sqrt{x} + 2}{\sqrt[3]{x^2}}, \quad y' = ?$$

$$4.2 \quad y = x^2 \cdot 2^{x-1}, \quad y' = ?$$

$$4.3 \quad y = \sin^3 x, \quad y'' = ?$$

$$4.4 \quad y = \frac{\sin 2x - \operatorname{tg} x}{\cos^2 x}, \quad y'(\pi/4) = ?$$

**Задача №5.**

Написать уравнение касательной к графику данной функции в точке  $x = x_0$   
 $x^3 - y^2 + 2y = 0$ ,  $x_0 = -1$

**Задача №6.** Записать дифференциал данной функции и вычислить его в точке  $x = x_0$   
 для  $\Delta x = 0,1$

$$y = x\sqrt{\sin(\pi x/2)}, \quad x_0 = 1$$

**Задача №7.**

Пусть в каждый момент времени  $t$  скорость обесценивания оборудования  $y'$  пропорциональна его фактической стоимости  $y$ , то есть выполняется соотношение  $y' = ky$ . В момент времени  $t = 0$  стоимость оборудования равнялась  $n$  у.е., через 1 год, при  $t = 1$ , стоимость оборудования составила  $m$  у.е. Определив стоимость оборудования  $y$  через 2 года, при  $t = 2$ . Найти, на сколько обесценится оборудование за этот двухлетний период.

**Задача №8.**

Пусть спрос и предложение на товар заданы выражениями

$$D = 2p' + p + 1 \text{ и } 2S = p' + p + p + 2,$$

где  $p = p(t)$  – цена товара. Предполагая, что в каждый момент времени  $t$  цена товара  $p$  определяется равенством спроса и предложения, то есть выполняется условие  $D = S$ , найти цену товара  $p$  при  $t_1 = \pi$ , если при  $t = 0$  она составляет  $p = h = 1$  у.е.

**Задача №9.**

Математическая модель динамики выпуска продукции некоторого предприятия имеет вид

$$y' = \frac{y}{1+t}$$

где  $y$  – объем выпуска продукции в момент времени  $t$ . В начальный момент времени,  $t = 0$  объем выпуска продукции  $y$  равен 5 у.е. На сколько увеличится объем выпуска продукции  $y$  по сравнению с первоначальным в момент времени  $t = 2$ ?

**Задача №10.**

Математическая модель динамики выпуска продукции некоторого предприятия имеет вид

$$y' = \frac{2y}{1+2t}$$

где  $y$  – объем выпуска продукции в момент времени  $t$ . В начальный момент времени,  $t = 0$  объем выпуска продукции  $y$  равен 1 у.е. В какой момент времени  $t$  объем выпуска продукции  $y$  увеличится по сравнению с первоначальным на 20 у.е.?

**Задача № 11.**

В городе с населением 4000 чел. Распространение эпидемии подчиняется уравнению

$$\frac{dy}{dt} = 0,001y(4000 - y),$$

где  $y$  – число заболевших в момент времени  $t$ . Через какое время заболеет 90% населения, если в начальный момент болело 2% населения?

### 3.3 Задачи промежуточной аттестации

**Задача №1.** Найти неопределенный интеграл.

1.1  $\int \frac{x^3 - 2x\sqrt{x} + 1}{x} dx$

1.2  $\int xe^{-x^2} dx$

1.3  $\int x^2 \ln x dx$

1.4  $\int \cos^2 x dx$

1.5  $\int \frac{x^3 - 2x^2 + x - 3}{x^2 - 2x - 3} dx$

**Задача №2.** Вычислить определенный интеграл

2.1  $\int_{-1}^2 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$

2.2  $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos x \ln(\sin x) dx$

**Задача №3.** Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной данными линиями  $x = 1$ ;  $x = 4$ ;  $xy = 4$

**Задача №4.** Вычислить несобственные интегралы

4.1  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x}}$

4.2  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

**Задача №5.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

5.1  $x(y-1)dx - (x+1)ydy = 0$

5.2  $y' - xy = x$

5.3  $y'' - y' - 2y = 0$

**Задача №6.** Найти частное решение, удовлетворяющее данным начальным условиям

6.1  $y' - y = xy^2$ ,  $y(0) = 0$

6.2  $y'' + 4y = \sin x$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$

**Задача №7.** Решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 2x - y \end{cases}$$

**3.4 Тестовые задания**  
Раздел 1. Введение в анализ

<p>1. Число 2,1 принадлежит множеству...</p>	<p>1. <math>B = \{b \mid b \in \mathbb{Z}, -2 \leq b &lt; 3\}</math>                  2. <math>A = \{a \mid a \in \mathbb{N}, 1 \leq a &lt; 10\}</math>  <b>3. <math>C = \{c \mid c \in \mathbb{R}, -3 &lt; c \leq 2,6\}</math></b>                  4. <math>D = \{d \mid d \in \mathbb{Q}, d &lt; 2\}</math></p>
<p>2. На числовой прямой дана точка <math>x = 5,2</math>. Тогда ее «<math>\varepsilon</math>-окрестностью» может являться интервал...</p>	<p>1) (5,1 ; 5,4)      3) (4,9 ; 5,3)  <b>2) (4,9 ; 5,5)</b>      4) (4,8 ; 5,1)</p>
<p>3. Установите соответствия между списками двух множеств, заданных следующим образом:                  1) <math>\{x: x^2 - 5x + 6 \leq 0\}</math>                  2) <math>\{x: x^2 - 5x + 6 = 0\}</math>                  3) <math>\{x: x^2 - 5x + 6 &lt; 0\}</math>                  4) <math>\{x: x^2 - 5x + 6 &gt; 0\}</math></p>	<p>A) [2;3]      B) <math>(-\infty; 2] \cup [3; \infty)</math>                  C) <math>(-\infty; 2) \cup (3; \infty)</math>                  D) (2;3)      E) {2;3}</p>
<p>4. образом отрезка <math>[0; 5]</math> при отображении <math>f = 3x + 2</math> является...</p>	<p>1) [2; 5]      3) (2; 17)                  2) [0; 5]      <b>4) [2; 17]</b></p>
<p>5. Установите соответствия между промежутками и их образами <math>y = 3x - 1</math>:                  1) [1;2]                  2) (1;2)                  3) [-1;0]                  4) (-1;0)</p>	<p>A) (2;5]      B) (2;5)      C) (-4;-1) D) [2;5]                  E) [-4;-1) F) [-4;-1]</p>
<p>6. Дана функция <math>y = \sqrt{x^2 + x - 6} + 5</math>. Тогда ее областью значений является множество...</p>	<p>1) [-5; +<math>\infty</math>)      3) (<math>\sqrt{6} + 5</math>; +<math>\infty</math>)  <b>2) <math>(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)</math></b>      4) [5; +<math>\infty</math>)</p>
<p>7. Установите соответствие между периодической функцией и значением ее периода:                  1) <math>y = \cos \pi x</math>    2) <math>y = \operatorname{tg} \frac{3\pi x}{2}</math>    3) <math>y = \sin \frac{\pi x}{2}</math></p>	<p>A) 4      B) <math>\pi</math>                  C) <math>\frac{2}{3}</math>      D) 1                  E) 2</p>
<p>8. Заполните пропуски: Если последовательность ....., то она.....</p>	<p>1) монотонна; сходится  <b>2) сходится; ограничена</b>                  3) монотонна и ограничена; сходится 4) ограничена; сходится</p>
<p>9. Первые три члена последовательности: <math>\frac{1}{7}, \frac{1}{10}, \frac{1}{13}</math>. Тогда формула общего члена этой последовательности имеет вид...</p>	<p>1) <math>a_n = \frac{1}{3n + 4}</math>    2) <math>a_n = \frac{1}{2^n + 5}</math>                  3) <math>a_n = \frac{1}{8n - 1}</math>    4) <math>a_n = \frac{1}{(n + 5)(n + 1)}</math></p>
<p>10. Какие из функций являются бесконечно малыми в точке <math>x_0 = 2</math>?</p>	<p>1) <math>\frac{x}{x - 2}</math>    2) <math>\frac{x - 2}{x}</math>                  3) <math>\cos(x - 2)</math>    <b>4) <math>\sin(x - 2)</math></b></p>
<p>11. Последовательность задана рекуррентным соотношением <math>a_{n+1} = a_n \cdot a_{n-1}</math>; <math>a_1 = -2, a_2 = 1</math>. Тогда четвертый член этой последовательности <math>a_4</math> равен...</p>	<p>1) 5                  2) -2                  3) 2  <b>4) 6</b></p>

12. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x}$ равно...	1) 0 2) 1/4	3) 1 4) 3/4
13. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ равно...	1) 0 2) 4	3) $\infty$ 4) 2
14. Значение предела $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + x - 6}$ равно...	1) 0,2 2) 0,4	3) 0,3 4) 0,5
15. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x - 2}{2x^2 + x + 8}$ равно...	1) 2,5 2) 1	3) 0 4) $\infty$
16. Для дробно-рациональной функции $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x}$ точками разрыва являются...	1) $x = -2$ 2) $x = 1$	3) $x = 0$ 4) $x = -1$
17. Точками разрыва функции $y = \frac{x + 1}{x^2 + 9x + 20}$ являются...	1) -5 и 4 2) 5 и 4 3) 5 и -4 4) -5 и -4	
18. Точками разрыва функции $y = \frac{3x - 4}{x^2 + 10x - 11}$ являются...	1) -11 и 1 2) 11 и 1 3) 11 и -1 4) -11 и -1	

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Установите соответствия между функциями и их производными 1. $e^{3x}$ 2. $y = \sin(5x+1)$ 3. $y = \arctg(x^2)$	A) $\frac{2x}{1+x^4}$ B) $\cos(5x+1)$ C) $5\cos(5x+1)$ D) $3x \cdot e^{3x-1}$ E) $3e^{3x}$
2. Производная произведения $x^4 \sin x$ равна...	1) $4x^3 \cos x$ 2) $x^3(4\sin x + x \cos x)$ 3) $x^3(\sin x + x \cos x)$ 4) $x^3(4\sin x - x \cos x)$
3. Если $y = UV$ , то $y' = \dots$	1) $UV'$ 2) $UV - UV'$ 3) $UV + UV'$ 4) $U' + V'$
4. Если $\alpha$ - угол наклона касательной к графику функции $y=f(x)$ , то $y' = \dots$	1) $tg\alpha$ 2) $ctg\alpha$ 3) $\alpha$ 4) $\sin\alpha$
5. Производная второго порядка функции $y = \ln 3x$ имеет вид...	1) $-\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{1}{x^2}$

	3) $-\frac{1}{3x^2}$ 4) $\frac{3}{x}$
6. Производная частного $y = \frac{x+3}{x+2}$ равна...	1) $\frac{-1}{x+2}$ 2) $\frac{-1}{(x+2)^2}$ 3) $\frac{2x+5}{(x+2)^2}$ 4) $\frac{1}{(x+2)^2}$
7. Уравнение касательной к графику функции $y = x^3$ в точке (2; 8) имеет вид...	1) $2x - y + 16 = 0$ 2) $y - 12 = 0$ 3) $12x - y - 24 = 0$ 4) $2x - y - 8 = 0$ 5) $12x - y - 16 = 0$
8. Закон движения материальной точки имеет вид $x(t) = 4 + 10t + e^{7-t}$ , где $x(t)$ – координата точки в момент времени $t$ . Тогда скорость точки при $t = 7$ равна...	1) 11 2) 9 3) <b>13</b> 4) 75
9. Дан радиус-вектор движущейся в пространстве точки $\vec{R}(t) = t^3 \cdot \vec{i} + t^2 \cdot \vec{j} + t \cdot \vec{k}$ , тогда вектор ускорения в момент времени $t = 1$ имеет вид...	1) $2\vec{i} + 2\vec{j}$ 2) $6\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ 3) $6\vec{i} + 2\vec{j}$ 4) $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$
10. Найти производную функции $y = x^3 \ln 3x$	1) $3x^2 \ln 3x + x^2$ 2) $3x^2$ 3) $x^2$ 4) $9x^2 \ln x + 3x^3$
11. Найти производную функции $y = e^{x^2+1}$	1) $-2xe^{x^2+1}$ 2) $xe^{x^2+1}$ 3) $e^{x^2+1}$ 4) $2xe^{x^2+1}$
12. Значение производной функции $y = \frac{10x+1}{e^{3x}}$ в точке $x=0$ равно...	1) 13 2) <b>10</b> 3) 7 4) 9
13. Производная второго порядка функции $y = \sin 2x$ равна...	1) $-4\sin 2x$ 2) $4\sin 2x$ 3) $8\sin x$ 4) $-8\sin x$
14. Найти точку максимума функции $y = 2x^3 + 3x^2 - 72x + 7$	1) $x=-4$ 2) $x=-3$ 3) <b><math>x=3</math></b> 4) $x=4$
15. Найти точку минимума функции $y = x^3 - 6x^2 - 63x + 14$	1) $x=-3$ 2) $x=3$ 3) <b><math>x=7</math></b>

	4) $x=-7$
16. Найти точку перегиба функции $y = x^3 - 24x^2 + 3x + 7$	1) $x=2$ 2) $x=8$ 3) $x=6$ <b>4) <math>x=12</math></b>
17. Необходимым условием максимума дифференцируемой функции $y=f(x)$ в точке $x_0$ является...	1) $f'(x_0) > 0$ 2) $f'(x_0) \neq 0$ 3) $f'(x_0) < 0$ <b>4) <math>f'(x_0) = 0</math></b>
18. Необходимым условием минимума дифференцируемой функции $y=f(x)$ в точке $x_0$ является...	1) $f'(x_0) = 0$ 2) $f'(x_0) \neq 0$ 3) $f'(x_0) < 0$ 4) $f'(x_0) > 0$
19. Необходимым условием точки перегиба дважды дифференцируемой функции $y=f(x)$ в точке $x_0$ является...	1) $f''(x_0) = 0$ 2) $f''(x_0) \neq 0$ 3) $f''(x_0) < 0$ 4) $f''(x_0) > 0$
20. Длина промежутка убывания функции $y = x^3 - 12x^2 + 9$ равна...	1) 1      2) 2 3) 3      4) 4
21. Длина промежутка возрастания функции $y = -\frac{x^3}{3} + \frac{11}{2}x^2 - 28x - 7$ равна...	1) 5      2) 3 3) 2      4) 1

### Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной

1. Неопределенный интеграл – это...	1) числовой интервал 2) уравнение <b>3) совокупность функций</b> 4) число
2. Как называется функция $F(x)$ по отношению к функции $f(x)$ , если $F'(x) = f(x)$ ?	1) производная 2) характеристическая <b>3) первообразная</b> 4) исходная
3. Множество первообразных функций $f(x) = \frac{\sin x dx}{\cos^2 x + 1}$ имеет вид...	1) $-\arctg(\cos x) + C$ 2) $\arctg(\cos x) + C$ 3) $\ln  \cos^2 x + 1  + C$ 4) $\cos^2 x + 1 + C$
4. Множество первообразных функций $f(x) = e^{3x}$ имеет вид...	1) $-\frac{1}{3}e^{3x} + C$ 2) $\frac{1}{3}e^{3x} + C$ 3) $e^{3x} + C$ 4) $3e^{3x} + C$
5. Неопределенный интеграл $\int \sin(5x + 3) dx$ равен...	1) $-\cos(5x + 3) + C$ 2) $-\cos(5x^2 / 2 + 3x) + C$ 3) $-1/5 \cos(5x + 3) + C$

	4) $-1/5 \cos(5x^2/2 + 3x) + C$
6. Неопределенный интеграл $\int \frac{x^3 dx}{x^4 - 1}$ равен...	1) $\ln x^4 - 1  + C$ 2) $3/4 \ln x^4 - 1  + C$ 3) $3 \ln x^4 - 1  + C$ 4) $1/4 \ln x^4 - 1  + C$
7. Неопределенный интеграл $\int x^2 3^{x^3} dx$ равен...	1) $1/2 \sin 2x + C$ 2) $1/20 \ln \left  \frac{2x+5}{2x-5} \right  + C$ 3) $-1/20 \ln \left  \frac{2x+5}{2x-5} \right  + C$ 4) $\frac{3^{x^3}}{3 \ln 3} + C$
8. Множество первообразных функции $f(x) = \frac{x+10}{x+2}$ имеет вид...	1) $\frac{x^2}{2} + 10x + C$ 3) $x + 10 \ln x+2  + C$ 2) $x + 8 \ln x+2  + C$ 4) $x - 8 \ln x+2  + C$
9. Формула $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big _a^b = F(b) - F(a)$ называется формулой...	1) Коши-Буняковского 2) <b>Ньютона-Лейбница</b> 3) Гаусса 4) Крамера
10. Чему равен определенный интеграл $\int_a^a f(x) dx$ ?	1) a 2) F(a) 3) <b>0</b> 4) 1
11. Определенный интеграл $\int_1^5 (3x^2 + 2) dx$ равен...	1) 118 2) 123 3) <b>132</b> 4) 138
12. Определенный интеграл $\int_1^2 \frac{2t+1}{t^2+t} dt$ равен...	1) $3 + \ln 3$ 2) $\ln 4$ 3) <b><math>\ln 3</math></b> 4) $-1 + \ln 6$
13. Определенный интеграл $\int_1^e \frac{\ln^3 x}{x} dx$ равен...	1) 1 2) $1/3$ 3) <b><math>1/4</math></b> 4) $4/3$
14. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 + 2x$ , осью Ох и прямой $x=3$	1) 12 2) 14 3) <b>15</b> 4) 18
15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 + 2$ , осью Ох, осью Оу и прямой $x=1$	1) $7/3$ 2) $2/3$ 3) $1/3$ 4) <b><math>4/3</math></b>
16. Значение интеграла $\int_0^1 (e^x - 1)e^x dx$ равно...	1) $-0,5(e-1)^2$ 3) $0,5(e-1)^2$



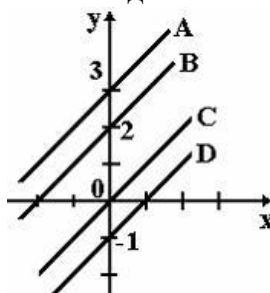
но...	2) $\frac{1}{4}(e-1)^3$ 4) $e(e-1)$
17. Несобственный интеграл $\int_4^{+\infty} \frac{6}{x^2} dx$ равен...	1) 0      2) 1 2) 2      3) $\infty$
18. Сходящимися являются несобственные интегралы...	1) $\int_1^{+\infty} x^{-2} dx$ 2) $\int_1^{+\infty} x^{-\frac{1}{2}} dx$ 3) $\int_1^{+\infty} x^{-\frac{1}{4}} dx$ 4) $\int_1^{+\infty} x^{-4} dx$

Раздел 4. Функции нескольких переменных. Элементы теории функций  
комплексного переменного

1. Частная производная по x от функции $z = 5x^3 + y^2 + x^2 - 6y + 17$ равна...	1) $z'_x = 15x^2 + 2x$ 2) $z'_x = 15x^2 + 2x + 2y - 6$ 3) $z'_x = 2y - 6$ 4) $z'_x = \frac{5}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + 17x$
2. Частная производная второго порядка $z''_{xy}$ от функции $z = x^2 y^3$ равна...	1) $z''_{xy} = 4y^3$ 2) $z''_{xy} = 2xy^2$ 3) $z''_{xy} = 2xy^3 + 3x^2 y^2$ 4) $z''_{xy} = 6xy^2$
3. Найти частную производную $z'_x$ в точке (2; 2) от функции $z = \frac{y+3}{x^3-3}$	1) -1 2) -2 3) <b>-1,6</b> 4) -2,4
4. Что определяется выражением $z'_x \cos \alpha + z'_y \cos \beta$ ?	1) Условный экстремум 2) Градиент 3) Частный дифференциал 4) <b>Производная по направлению</b>
5. Частная производная второго порядка $z''_{xy}$ функции $z = x^2 y^3$ равна...	1) $4y^3$ 2) $2xy^2$ 3) $2xy^3 + 3x^2 y^2$ 4) $6xy^2$
6. Точкой экстремума функции $z = 9x^2 + y^2 + 18x - 4y + 7$ является точка...	1) M(2; -4) 2) <b>M(1; -2)</b> 3) M(-2; 4) 4) M(-1; 2)
7. Как называется выражение $\{z'_x; z'_y\}$ ?	1) Условный экстремум 2) <b>Градиент</b> 3) Частный дифференциал 4) Производная по направлению
8. Найти критическую точку функции $z = 2x^2 - 2xy + 3y^2 - 18x - 16y + 7$	1) M(2; 5) 2) M(3; 7) 3) M(3; 5) 4) <b>M(7; 5)</b>

<p>9. Частная производная функции <math>z = x^4 \cos^2 y</math> по переменной <math>y</math> в точке <math>M\left(1; \frac{\pi}{2}\right)</math> равна...</p>	<p>1) 0 2) 4 <b>3) -1</b> 4) 1</p>
<p>10. Линиями уровня функции <math>z = (x^2 - 2y)^3</math> являются ...</p>	<p>1) параболы                      3) гиперболы <b>2) прямые</b>                      4) эллипсы</p>

Раздел 5. Дифференциальные и разностные уравнения

<p>1. Общим решением дифференциального уравнения <math>y' = 2x</math> является ...</p>	<p>1) <math>x^2 + 7</math> 2) <math>x^2 + C</math> <b>3) <math>x + C</math></b> 4) <math>x^2 + C_1x + 7</math></p>
<p>2. Нахождение частных решений дифференциальных уравнений по начальным условиям называется решение задачи...</p>	<p>1) Бернулли <b>2) Коши</b> 3) Лагранжа 4) Лейбница</p>
<p>3. Дифференциальное уравнение <math>y' = y^2 \cdot \cos x</math> является ...</p>	<p>1) линейным дифференциальным уравнением <b>2) уравнением с разделяющимися переменными</b> 3) однородным дифференциальным уравнением 4) уравнением Бернулли</p>
<p>4. Из данных дифференциальных уравнений уравнениями Бернулли являются...</p>	<p>1) <math>\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^5}{x^3}</math> 2) <math>x \frac{dy}{dx} - y = y^2 e^x</math> <b>3) <math>y \frac{dy}{dx} + x^3 = 0</math></b> 4) <math>\frac{dy}{dx} - 3x^2 + y = 0</math></p>
<p>5. Дано дифференциальное уравнение <math>x y' = y</math> при <math>y(1) = 1</math>. Тогда интегральная кривая, которая определяет решение этого уравнения, имеет вид...</p> 	<p>1) D                      <b>3) C</b> 2) A                      4) B</p>
<p>6. Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями 1-го порядка являются...</p>	<p>1) <math>x^3 y' + 8y - x + 5 = 0</math> 2) <math>y^2 \frac{dy}{dx} + x = 0</math> 3) <math>2x \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0</math></p>

	4) $x \frac{d^2 y}{dx^2} + yx \frac{dy}{dx} + y = 3$
7. Если $y(x)$ – решение уравнения $y' = \frac{y}{x}$ , удовлетворяющее условию $y(1) = 1$ , тогда $y(2)$ равно...	1) 2                      3) 1 2) 5                      4) 4
9. Дано дифференциальное уравнение $y' = (2k - 2)x^3$ . Тогда функция $y = x^4 - 3$ является его решением при $k$ , равном...	1) 2                      2) 3 3) 1                      4) 0
10. Общее решение дифференциального уравнения $y''' = x + 2$ имеет вид...	1) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$ 2) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3$ 3) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$ 4) $y = x^4 + x^3 + C_1$
11. Линейному однородному дифференциальному уравнению $y'' + 5y' - 6y = 0$ соответствует характеристическое уравнение...	1) $k^2 + 5k + 4 = 0$ 2) $k^2 + 5k - 6 = 0$ 3) $k^2 + 5k = 0$ 4) $k^2 - 6 = 0$
12. Линейному однородному дифференциальному уравнению $y'' + 7y' + 12y = 0$ соответствует характеристическое уравнение...	1) $k^2 + 5k + 4 = 0$ 2) $k^2 + 7k + 12 = 0$ 3) $k^2 + 5k = 0$ 4) $k^2 - 6 = 0$
13. Линейному однородному дифференциальному уравнению $y'' + 3y' - 4y = 0$ соответствует общее решение...	1) $C_1e^x + C_2e^{5x}$ 2) $C_1e^x + C_2e^{-4x}$ 3) $C_1e^{2x} + C_2e^{5x}$ 4) $C_1e^{3x} + C_2e^{-5x}$
14. Частному решению неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = x + 1$ по виду его правой части соответствует функция...	1) $f(x) = Ax^2 + Bx$ 3) $f(x) = Ae^{2x} + Be^{3x}$ 2) $f(x) = Ax + B$ 4) $f(x) = e^{2x}(Ax + B)$
15. Дано линейное однородное дифференциальное уравнение $y'' + y' - 2y = 0$ , тогда его общее решение имеет вид...	1) $C_1e^{2x} + C_2e^{-x}$ 3) $C_1e^{-2x} + C_2e^x$ 2) $C_1e^{2x} + C_2e^x$ 4) $C_1e^{-2x} + C_2e^{-x}$

Раздел 6. Ряды

<p>1. Необходимое условие сходимости числового ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} u_n</math> записывается в виде...</p>	<p>1) <math>\lim_{n \rightarrow \infty} u_n &gt; 0</math>    2) <math>\lim_{n \rightarrow \infty} u_n &lt; 0</math>            3) <math>\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0</math>    4) <math>\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0</math></p>
<p>2. Сумма числового ряда <math>\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n</math> равна...</p>	<p>1) <math>\frac{5}{4}</math>                    2) <math>\frac{1}{4}</math>            3) <math>\frac{4}{5}</math>                    4) <math>\frac{1}{625}</math></p>
<p>3. При каких значениях <math>p</math> обобщенный гармонический ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}</math> является сходящимся?</p>	<p>1) <math>p &gt; 1</math>            2) <math>p = 1</math>            3) <math>p &lt; 1</math>            4) <math>p \neq 1</math></p>
<p>4. Если <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \left  \frac{u_{n+1}}{u_n} \right  = q</math>, то числовой ряд сходится при <math>q</math> равном...</p>	<p>1) <math>-2</math>                    3) <math>-0,5</math>            2) <math>0,5</math>                    4) <math>2</math></p>
<p>5. Для исследования сходимости числового ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}</math> следует применить...</p>	<p>1) признак Коши  <b>2) признак Даламбера</b>            3) признак Лейбница            4) предельный признак сравнения</p>
<p>6. Для исследования сходимости числового ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + n}{n^5 + 2n^2}</math> следует применить...</p>	<p>1) предельный признак сравнения  <b>2) признак Даламбера</b>            3) признак Лейбница            4) признак Коши</p>
<p>7. Укажите сходящиеся числовые ряды</p>	<p>1) <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+5}</math>    2) <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+4}}</math>            3) <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n}</math>    4) <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n}</math></p>
<p>8. Знакопередающийся ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4n-1}</math></p>	<p>1) <b>абсолютно сходится</b>            2) условно сходится            3) расходится</p>
<p>9. Радиус сходимости степенного ряда <math>\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{4^n}</math> равен...</p>	<p>1) <math>\infty</math>    2) <b>16</b>            3) <math>4</math>    4) <math>1</math></p>
<p>10. Радиус сходимости степенного ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n</math> равен 10. Тогда интервал сходимости имеет вид ...</p>	<p>1) <math>(0;10)</math>    3) <math>(-10;0)</math>  <b>2) <math>(-10;10)</math></b>    4) <math>(-5;5)</math></p>
<p>11. Если <math>f(x) = x^3 - 1</math>, то коэффициент <math>a_4</math> разложения данной функции в ряд Тейлора</p>	<p>1) <math>0</math>                    3) <math>1</math>  <b>2) <math>0,25</math></b>                    4) <math>4</math></p>

ра по степеням $(x-1)$ равен...	
12. Дано дифференциальное уравнение $y' = y^2 - x$ при $y(0) = 1$ . Тогда первые три члена разложения его решения в степенной ряд имеют вид...	1) $1 + x + \frac{x^2}{2}$ 3) $1 + x + \frac{x^5}{6}$ 2) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$ 4) $-1 + x + \frac{x^2}{2}$
13. Дано дифференциальное уравнение $y' = y^2 - x$ при $y(0) = 1$ . Тогда первые три члена разложения его решения в степенной ряд имеют вид	1) $1 + x + \frac{x^2}{2}$ 3) $1 + x + \frac{x^5}{6}$ 2) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$ 4) $-1 + x + \frac{x^2}{2}$

**3.5 Тематика контрольных работ**  
(для обучающихся очной формы обучения)

**1-10. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.**

1. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4};$

б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6};$

в)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5};$

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 4x};$

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-3}{2x+5} \right)^{x-1}$

2. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3};$

б)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2};$

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{x^2 + 6x};$

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin 5x}{6x};$

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+2}{3x-4} \right)^{2-x}$

3. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - x^2}{x^2 + 4x + 1};$

б)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 7x + 3}{2x^2 + x - 1};$

в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-3}{\sqrt{8+x}-3};$

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x^2}{1 - \cos x};$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+3}{4x-1} \right)^{2x-3}$$

$$4. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 4}{x^3 - x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 9x + 9}{x^2 - 5x + 6};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{3+x}}{x - x^2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \operatorname{tg} x}{\sin^2 x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x-1} \right)^{3-x}$$

$$5. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 4}{3 + x - 4x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x - x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7+x} - \sqrt{7-x}}{5x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x-1}{5x+4} \right)^{2x+1}$$

$$6. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 7x + 1}{3x^2 + x + 3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 + 5x + 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{3x^2 + x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{4x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-1}{3x-4} \right)^{2x}$$

$$7. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 4}{2x^2 - x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 4x + 3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} - 3}{x^2 - 4x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos 4x};$$

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-7}{2x-3} \right)^{4x+1}$

8. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x + 1}{3x^2 + 4x + 2};$  б)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{6 - x - x^2}{3x^2 + 8x - 3};$

в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 3}{\sqrt{8 + x} - 3};$  г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{1 - \sin^2 5x};$

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+1}{4x-3} \right)^{1-2x}$

9. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x - 3x^2}{x^2 + x + 3};$  б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{5x^2 - 4x - 1};$

в)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{4x} - x}{x^2 - 16};$  г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{10x^2};$

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x-2}{5x+3} \right)^{3-2x}$

10. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^3 + 5x - 1};$  б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{8 - x^3};$

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{10+x} - \sqrt{10-x}};$  г)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \operatorname{ctg}^2 3x;$

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+3} \right)^{4-x}$

**11-20.** Задана функция  $y = f(x)$ . Установить, является ли данная функция непрерывной. В случае разрыва функции в некоторой точке найти ее пределы слева и справа, классифицировать характер разрыва. Изобразить схематично график функции.

$$11. f(x) = \begin{cases} x+4, x < -1, \\ x^2+1, -1 \leq x < 1, \\ 2x, x \geq 1. \end{cases}$$

$$12. f(x) = \begin{cases} x+2, x \leq -1, \\ x^2+1, -1 < x \leq 1, \\ -x+3, x > 1 \end{cases}$$

$$13. f(x) = \begin{cases} -x, x \leq 0, \\ -(x-1)^2, 0 < x < 2, \\ x-3, x \geq 2. \end{cases}$$

$$14. f(x) = \begin{cases} \cos x, x \leq 0, \\ x^2+1, 0 < x < 1, \\ x, x \geq 1. \end{cases}$$

$$15. f(x) = \begin{cases} -x, x \leq 0, \\ x^2, 0 < x \leq 2, \\ x+1, x > 2. \end{cases}$$

$$16. f(x) = \begin{cases} -x, x \leq 0, \\ \sin x, 0 < x \leq \pi, \\ x-2, x > \pi. \end{cases}$$

$$17. f(x) = \begin{cases} -(x+1), x \leq -1, \\ (x+1)^2, -1 < x \leq 0, \\ x, x > 0. \end{cases}$$

$$18. f(x) = \begin{cases} -x^2, x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 2, x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$19. f(x) = \begin{cases} -2x, x \leq 0, \\ x^2+1, 0 < x \leq 1, \\ 2, x > 1. \end{cases}$$

$$20. f(x) = \begin{cases} -2x, x \leq 0, \\ \sqrt{x}, 0 < x \leq 1, \\ 1, x \geq 1. \end{cases}$$

21-30. Найти производные  $\frac{dy}{dx}$  следующих функций.

21. а)  $y = \arccos \sqrt{x}$ ;      б)  $y = \ln \operatorname{ctg} \frac{x}{3}$ ;

в)  $x = 2t^2 + t$ ,  $y = \ln t$ .



22. а)  $y = \frac{x}{2} \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2} \arccos \frac{x}{5}$ ; б)  $y = \exp(\operatorname{ctg} 2x)$ ;  
 в)  $x = \frac{1-t}{1+t^2}$ ;  $y = \frac{2+t^2}{t^2}$
23. а)  $y = \frac{1}{6} \ln \frac{x-3}{x+3}$ ; б)  $y = \operatorname{arcctg}[\exp(5x)]$ ;  
 в)  $x = \sin^2 3t$ ,  $y = \cos^2 3t$ .
24. а)  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ; б)  $y = \frac{1 - \cos 3x}{1 + \cos 3x}$ ;  
 в)  $x = t^4 + 2t$ ,  $y = t^2 + 5t$ .
25. а)  $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} + \arccos \frac{1}{x^2}$ ; б)  $y = (x-1)\exp(x^2)$ ;  
 в)  $x = t - \ln \sin t$ ,  $y = t + \ln \cos t$ .
26. а)  $y = \frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x + \ln \sin x$ ; б)  $y = \operatorname{eps}(\cos 3x)$ .  
 в)  $x = \operatorname{tg} t$ ,  $y = \frac{1}{\sin^2 t}$ .
27. а)  $y = \ln(\sqrt{x} - \sqrt{x-2}) + \sqrt{x^2 - 2x}$ ; б)  $y = 3x \exp(-x^{-2})$ ;  
 в)  $x = t^2 - t^3$ ,  $y = 2t^3$ .
28. а)  $y = \ln \cos 2x - \ln \sin 2x$ ; б)  $y = 2^{\operatorname{ctg}^2 3x}$ ;  
 в)  $x = \cos^3 t$ ,  $y = \sin^3 t$ .
29. а)  $y = \arccos \frac{x-1}{x+1}$ ; б)  $y = \ln \operatorname{ctg} \sqrt{x+2}$ ;  
 в)  $x = \sin t$ ,  $y = 3 \cos^2 t$ .
30. а)  $y = \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} - \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{2} + \ln \sin x$ ; б)  $y = x \exp\left(\frac{1}{x}\right)$ ;  
 в)  $x = 2t - t^2$ ,  $y = 2t^3$ .

**31-40. Найти пределы функции, применяя правило Лопиталья.**

31.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{1 - \sqrt{3} \operatorname{tg} x}$ . 32.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1 - \operatorname{tg} x}$ .
33.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{\ln(1 - 2x)}$ . 34.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\ln x}$ .
35.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ . 36.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \ln x$ .
37.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right)$ . 38.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^{2x}}$ .
39.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \ln(1+x)}{e^x - 1}$ . 40.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1-x)}$ .

**41-50. Методами дифференциального исчисления:** а) исследовать функцию  $y = f(x)$  для  $\forall x \in R$ , и по результатам исследования построить ее график; б) найти наименьшее и наибольшее значение заданной функции на отрезке  $[a; b]$ .

41. а)  $y = \frac{4x}{4+x^2}$ , б)  $[-3; 3]$ .

42. а)  $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ , б)  $[-1; 1]$ .

43. а)  $y = \frac{x^3}{x^2+1}$ , б)  $[-2; 2]$ .

44. а)  $y = \frac{x^2-5}{x-3}$ , б)  $[-2; 2]$ .

45. а)  $y = \frac{2-4x^2}{1-4x^2}$ , б)  $[1; 4]$ .

46. а)  $y = (x-1)^{3x+1}$ , б)  $[0; 1]$ .

47. а)  $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ , б)  $[1; 9]$ .

48. а)  $y = e^{\frac{1}{2-x}}$ , б)  $[-1; 1]$ .

49. а)  $y = xe^{-x^2}$ , б)  $[-2; 2]$ .

50. а)  $y = \frac{x^2-3}{x^2+9}$ , б)  $[-2; 2]$ .

**51-60. Найти неопределенные интегралы. В случаях а), б), в) результат проверить дифференцированием.**

51. а)  $\int e^{\cos^2 x} \sin 2x dx$ ,

б)  $\int x \arctg x dx$ ,

в)  $\int \frac{dx}{x^3+27}$

г)  $\int \frac{\sqrt[3]{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}} dx$ ,

д)  $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$

52. а)  $\int \frac{x^2 dx}{(x^3+4)^6}$ ,

б)  $\int e^x \ln(1+e^x) dx$ ,

в)  $\int \frac{x dx}{x^3+8}$

г)  $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$ ,

- д)  $\int \cos^2 x \cdot \sin^3 x dx$
53. а)  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}$ , б)  $\int x 2^x dx$ ,  
 в)  $\int \frac{(5x+6)dx}{x^3+x^2+x+1}$ , г)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{(x+1)^2}}$ ,  
 д)  $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$
54. а)  $\int \frac{dx}{\sin^2 x(2\operatorname{ctg}x+1)}$ ; б)  $\int \frac{x \arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ,  
 в)  $\int \frac{dx}{x^3-x^2+2x-2}$ ; г)  $\int \frac{x + \sqrt[3]{1+x}}{\sqrt{x+1}} dx$ ,  
 д)  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$
55. а)  $\int \frac{\sin 2x dx}{5-\cos 2x}$  б)  $\int x^2 e^{5x} dx$ ,  
 в)  $\int \frac{(x+1)dx}{x^3-2x^2+x}$  г)  $\int \frac{\sin x dx}{1+\sin x}$ ,  
 д)  $\int \cos^4 x dx$
56. а)  $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^3 x}}$ , б)  $\int x \arccos \frac{1}{2} dx$ ,  
 в)  $\int \frac{(2x+1)dx}{x^3+3x^2-4x}$  г)  $\int \frac{(\sqrt[4]{x}-1)dx}{(\sqrt{x}-2)\sqrt[4]{x^3}}$ ,  
 д)  $\int \sin^4 x dx$
57. а)  $\int \frac{\arcsin x dx}{\sqrt{1-x^2}}$  б)  $\int x \ln(x^2+1) dx$ ,  
 в)  $\int \frac{x dx}{x^4+5x^2+6}$  г)  $\int \frac{\sqrt[6]{x+5}}{1+\sqrt[3]{x+5}} dx$ ,  
 д)  $\int \sin^5 x \cos^2 x dx$
58. а)  $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+1} dx$ , б)  $\int x \cos 2x dx$ ,  
 в)  $\int \frac{x dx}{x^4-81}$  г)  $\int \frac{dx}{\cos x + 3 \sin x}$ ,  
 д)  $\int \sin^2 x \cos^5 x dx$
59. а)  $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{8+3 \sin x}}$ , б)  $\int x \ln^2 x dx$ ,  
 в)  $\int \frac{(x^2+x-1) dx}{x^4+3x^2-4}$  г)  $\int \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt[6]{x}-1)}{\sqrt[3]{x+1}} dx$ ,  
 д)  $\int \sin^3 x \cos^4 x dx$
60. а)  $\int \frac{\sqrt{3+\ln x}}{x} dx$ , б)  $\int x^2 \sin 3x dx$ ,  
 в)  $\int \frac{(x^3+x) dx}{x^4+5x^2+6}$  г)  $\int \frac{dx}{\sin x + 2 \cos x + 1}$ ,

$$д) \int \sin^4 x \cos^3 x dx$$

**61-70. Вычислить определенные интегралы.**

$$61. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx.$$

$$62. \int_0^1 x \arctg x dx$$

$$63. \int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx.$$

$$64. \int_0^1 \frac{5x+1}{x^2+2x+1} dx$$

$$65. \int_0^{\pi} \sin 2 \cos^2 x dx.$$

$$66. \int_1^2 \sqrt{x} \ln x dx$$

$$67. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x + \cos x}.$$

$$68. \int_0^1 x \ln(1+x) dx$$

$$69. \int_0^1 \frac{dx}{x^2+x+1}.$$

$$70. \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}.$$

**71-80. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится.**

$$71. \int_0^{\infty} x^2 e^{-3x} dx$$

$$72. \int_1^{\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^6}$$

$$73. \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}$$

$$74. \int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$75. \int_{-\infty}^0 x e^x dx$$

$$76. \int_1^{\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$$

$$77. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

$$78. \int_{\sqrt{3}}^{\infty} \frac{xdx}{x^4+9}$$

$$79. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$$

$$80. \int_{-\infty}^1 \frac{dx}{x^2+4x+13}$$

**81-90. Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями. Сделать чертеж.**

$$81. x^2 + 2y = 0, \quad 5x + 2y - 6 = 0$$

$$82. x^2 - 2y = 0, \quad x - 2y + 6 = 0$$

$$83. x^2 - 2y = 0, \quad x - 2y + 6 = 0$$

$$84. x^2 - 6y = 0, \quad x + 6y - 12 = 0$$

$$85. x^2 + 2y = 0, \quad 2x - y - 3 = 0$$

$$86. 2x + y^2 = 0, \quad 2x + 5y - 6 = 0$$

$$87. 2x - y^2 = 0, \quad 2x - y - 6 = 0$$

$$88. 2x - y^2 = 0, \quad 2x + y - 6 = 0$$

$$89. 6x - y^2 = 0, \quad 6x + y - 12 = 0$$

$$90. x + y^2 = 0, \quad x - 2y + 3 = 0$$

**91-100. Вычислить приближенное значение определенного интеграла  $\int_b^a f(x)dx$  с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления проводить с округлением до третьего десятичного знака.**

$$91. \int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 16} dx \quad 92. \int_2^{12} \sqrt{x^3 + 9} dx$$

$$93. \int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 32} dx \quad 94. \int_0^{10} \sqrt{x^3 + 5} dx$$

$$95. \int_{-1}^9 \sqrt{x^3 + 2} dx \quad 96. \int_2^{12} \sqrt{x^3 + 4} dx$$

$$97. \int_1^{11} \sqrt{x^3 + 3} dx \quad 98. \int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 36} dx$$

$$99. \int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 8} dx \quad 100. \int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 11} dx$$

**101-110. Дана функция двух переменных  $z = f(x; y)$ . Найти все частные производные первого и второго порядка.**

$$101. z = \frac{y}{x^2 - y^2}.$$

$$102. z = \ln(x^2 - 4y^3).$$

103.  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ .

104.  $z = e^{x^2 y} - x^2 y$ .

105.  $z = \cos(x^2 - y^2)$ .

106.  $z = \arcsin \frac{y}{x^2}$ .

107.  $z = \ln(x^3 - 5y^2)$ .

108.  $z = \sqrt{x^3 + x^2 y + 1}$ .

109.  $z = \arcsin(x^2 y)$ .

110.  $z = \operatorname{arctg}(x^2 y)$ .

**111-120. Даны функция  $z = f(x, y)$  и точка  $M_1(x_1; y_1)$ . С помощью полного дифференциала вычислить приближенно значение функции в данной точке. Вычислить точное значение функции в точке  $M_0$  и оценить относительную погрешность вычислений.**

111.  $z = x^2 + 3xy + y^2$ ;  $M_1(0,98;1,04)$ .

112.  $z = 2xy - 3y^2 + 5x$ ;  $M_1(3,04;2,03)$ .

113.  $z = x^2 + y^2 + 2x - 2y$ ;  $M_1(0,94;1,04)$ .

114.  $z = x^2 + y^2 + 4x - 2y$ ;  $M_1(2,94;1,05)$ .

115.  $z = y^2 + 3xy + x$ ;  $M_1(1,05;1,95)$ .

116.  $z = x^2 + 2xy + y^2$ ;  $M_1(2,06;0,98)$ .

117.  $z = x^2 - y^2 + 3x + 2y$ ;  $M_1(1,02;2,05)$ .

118.  $z = x^2 + 4xy + y^2$ ;  $M_1(2,96;0,94)$ .

119.  $z = 3xy + 2x + 5y$ ;  $M_1(1,04;2,96)$ .

120.  $z = x^2 - 3xy + 2y$ ;  $M_1(0,96;2,05)$ .

**4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**4.1 Положение о формах, периодичности и порядке проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся П ВГАУ 1.1.01 – 2017. Положение о фонде оценочных средств П ВГАУ 1.1.13 – 2016.**

#### 4.2 Методические указания по проведению текущего контроля

1.	Сроки проведения текущего контроля	На практических занятиях
2.	Место и время проведения текущего контроля	В учебной аудитории в течение практического занятия
3.	Требования к техническому оснащению аудитории	в соответствии с ОПОП и рабочей программой
4.	Ф.И.О. преподавателя (ей), проводящих процедуру контроля	к.э.н., доцент Шишкина Л.А.
5.	Вид и форма заданий	Собеседование
6.	Время для выполнения заданий	в течение занятия
7.	Возможность использования дополнительных материалов.	Обучающийся может пользоваться дополнительными материалами
8.	Ф.И.О. преподавателя (ей), обрабатывающих результаты	к.э.н., доцент Шишкина Л.А.
9.	Методы оценки результатов	Экспертный
10.	Предъявление результатов	Оценка выставляется в журнал/доводится до сведения обучающихся в течение занятия
11.	Апелляция результатов	В порядке, установленном нормативными документами, регулирующими образовательный процесс в Воронежском ГАУ

Рецензент: заместитель руководителя Департамента аграрной политики Воронежской области Петрова С. Г.